

## CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: UMA PROPOSTA DE ENSINO NA COLEÇÃO BAIANA MATEMÁTICA 2º CICLO, 1973

### DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS: A TEACHING PROPOSAL IN THE COLLECTION FROM BAHIA, MATEMÁTICA 2º CICLO, 1973

Eliene Barbosa Lima<sup>1</sup>

ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6928-5217>

**Submetido:** 15 de junho de 2023

**Aprovado:** 01 de setembro de 2023

#### RESUMO

Neste texto, fez-se uma análise da proposta de ensino de cálculo diferencial e integral, que está presente no terceiro volume da coleção Matemática 2º ciclo: ensino atualizado publicado no ano de 1973, produzida por um grupo de professores pesquisadores da Bahia. Por meio da teorização de Moraes, Bertini e Valente (2021) e Valente e Bertini (2022), interpretou-se que predominou um ensino da matemática a serviço do próprio campo disciplinar do matemático. Em outros termos, um ensino da matemática que convergia com a racionalidade do método dedutivo, derivado do ambiente universitário.

**Palavras-chave:** Cálculo Diferencial e Integral; Ensino Colegial; Coleção Matemática 2º ciclo.

#### ABSTRACT/ RESUMEN/ RÉSUMÉ

In this text, an analyze of the teaching proposal for differential and integral calculus was done. It is present in the third volume of the book Matemática 2º ciclo: ensino atualizado, published in 1973 and produced by a teacher-researcher group from Bahia. Through the theorization of Moraes, Bertini and Valente (2021) and Valente and Bertini (2022) it was interpreted that a mathematics teaching prevailed in order to serve the mathematician's own disciplinary field. In other words, there was a mathematics teaching which converged with the rationality of the deductive method and was derived from the academic environment.

**Keywords:** Differential and Integral Calculus; High School Teaching; Matemática 2º ciclo Collection.

#### INTRODUÇÃO

Neste texto, fez-se uma análise da proposta de ensino de cálculo diferencial e integral (CDI), que está presente no terceiro volume da coleção *Matemática 2º ciclo<sup>2</sup>: ensino atualizado* publicado no ano de 1973, produzida por um grupo de professores-pesquisadores da Bahia, inicialmente vinculado ao Centro de Ensino de Ciências da Bahia (CECIBA)<sup>3</sup>.

A análise empreendida levou em consideração o contexto e as finalidades de elaboração desse material didático. Para tanto, cabe recordar que a constituição do CECIBA,

<sup>1</sup> Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências pela Universidade Federal da Bahia (UFBA)/Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Professora titular vinculada ao Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), Feira de Santana, Bahia, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Transnordestina, s/n – Novo Horizonte - CEP: 44036-900, Feira de Santana, Bahia, Brasil. E-mail: eblima@uefs.br.

<sup>2</sup> Na Lei n. 4024, de 20 de dezembro de 1961, que fixava as diretrizes e bases da educação nacional (LDB), a seriação era estruturada em educação de grau primário (envolvia educação pré-primária e o ensino primário. Este último, obrigatório a partir dos sete anos, deveria ser ministrado, no mínimo, em quatro séries anuais) e em educação de grau médio (composto pelo ensino médio – ministrado em dois ciclos: o ginasial e o colegial e abrangia, ainda, dentre outros, os cursos secundários, técnicos e de formação de professores para o ensino primário e pré-primário). (BRASIL, 1961).

<sup>3</sup> Instalado na Universidade Federal da Bahia, o CECIBA foi um dos seis centros de ensino de ciências (Física, Química, Biologia e Matemática) estabelecidos em algumas capitais do Brasil como um produto de uma política pública coordenada pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC), sob parceria com o Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura, universidade, secretarias estaduais de educação e agências de fomento nacionais e internacionais. Mais detalhes, ver: (FREIRE, 2009).

em novembro de 1965, foi um importante marco para uma reformulação do ensino escolar de ciências, visando contribuir para o progresso científico e industrial de uma sociedade que, em cada tempo histórico, transforma-se (FREIRE, 2009). Sob essa perspectiva, no planejamento inicial das atividades desse Centro, programadas para o ano de 1966, indicou-se como um de seus objetivos o “[...] aperfeiçoamento dos professores, publicações e pesquisa [...]” (CECIBA, 1966 apud FREIRE; LANDO; LIMA, 2022, [n.p.]). O seu alcance tinha em conta a necessidade de:

1º Compreender a profunda renovação que há muito vem se processando na metódica do ensino da Matemática elementar e, conseqüentemente nos seus programas; 2º Participar das mudanças que já se operam no ensino médio, tão discutidas e tão recomendadas por Comissões internacionais, Congressos, Conferências interamericanas e pela Organização Européia de Cooperação Econômica [...]. (CECIBA, 1966 apud FREIRE; LANDO; LIMA, 2022, [n.p.]).

Em particular, no âmbito do ensino escolar da matemática, essa tarefa foi assumida por um grupo de professores-pesquisadores da Bahia, vinculados à Secção Científica da Matemática (SCM) do CECIBA. Sua liderança foi exercida por Martha Maria de Souza Dantas (1923-2011) e pelo já experiente Omar Catunda (1906-1986), catedrático de análise matemática aposentado da Universidade de São Paulo (USP). Esse professor, no período de 1963 a 1968, assumiu a direção do Instituto de Matemática e Física da UFBA, bem como à docência em diversos cursos vinculados a essa Instituição até o ano de 1976 (FREIRE, 2009; LIMA, 2016). Integravam o grupo, ex-alunas de Martha Dantas na disciplina Didática Especial da Matemática do curso de Matemática da Faculdade de Filosofia da Bahia (FF). Elas foram: Eliana Costa Nogueira (turma de 1951), Norma Coêlho de Araújo (turma de 1951), Neide Clotilde de Pinho e Souza (turma de 1953), Eunice Conceição Guimarães (turma de 1956). (FF, 1942-1952; UBA [UNIVERSIDADE DA BAHIA], 1953; 1954; 1955; 1956; 1959-1961; FREIRE, 2009).

## **ALGUMAS AÇÕES DO GRUPO DE PROFESSORES-PESQUISADORES DA BAHIA**

Dadas as condições mencionadas com a criação do CECIBA, o grupo de professores-pesquisadores da Bahia, visando estabelecer uma nova cultura científica da matemática nas escolas desse estado alinhadas ao contexto nacional e internacional, buscou desenvolver estudos, pesquisas, produções e experimentações para o ensino secundário de matemática, sob a anuência do governo estadual. Nesse período, isto é, décadas de 1960 e 1970, destacavam-se as múltiplas apropriações (CHARTIER, 1988)<sup>4</sup> que estavam sendo realizadas em instituições

---

<sup>4</sup> Chartier considerou que apropriação, em seu conceito de cultura, dizia respeito às diferentes maneiras com que os objetos (materiais e/ou conceituais) são internalizados, objetivando “[...] uma história social das interpretações, remetidas para as suas determinações fundamentais (que são sociais, institucionais, culturais) e inscritas nas práticas específicas que as produzem.” (1988, p. 26).

formais de ensino em torno de um ideário de reformulação da matemática escolar. Esse era o contexto presente, após a Segunda Guerra Mundial, em diversas localidades estrangeiras, inclusive no Brasil.

De modo geral, na medida em que há uma ampla literatura vigente sobre esta temática<sup>5</sup>, projetava-se “[...] modificar os currículos do ensino da Matemática visando a atualização dos temas matemáticos ensinados, bem como a introdução de novas reorganizações curriculares e de novos métodos de ensino.” (GUIMARÃES, 2007, p.21). Isto dar-se-ia por uma série de elementos, dentre eles: ênfase na unidade matemática e nas orientações dedutivas, estudo das estruturas matemáticas (as fundamentais, ditas *estruturas-mães*, foram: as estruturas algébricas, as estruturas de ordem e as estruturas topológicas), valorização da linguagem simbólica da matemática, bem como da álgebra e da geometria vetorial em detrimento da geometria de Euclides (SOARES, 2001; GUIMARÃES, 2007).

Em termos de conteúdos curriculares, essa reformulação do ensino escolar da matemática perpassaria pela introdução e ou revitalização de abordagem de alguns temas, tais como: “[...] teoria dos conjuntos; conceitos de grupo, anel e corpo; espaços vetoriais; matrizes; álgebra de Boole; noções de cálculo diferencial e integral e estatística.” (SOARES, 2001, p. 46).

Portanto, as ações do grupo de professores-pesquisadores da Bahia foram voltadas para a construção de novos currículos e de novas metodologias, de forma a intervir diretamente na formação inicial e continuada do professor de matemática. Essas ações foram feitas por meio de “[...] um trabalho coeso que possibilitou a produção e divulgação de um programa curricular para o ensino secundário viabilizado por meio de cursos de formação docente, de produção de livros didáticos, de experimentações e avaliações, dentre outras ações.” (FREIRE; LANDO; LIMA, 2022, [n.p.]).

Especificamente em relação aos livros didáticos, o grupo da Bahia produziu coleções tanto em nível ginásial (primeiro ciclo) como voltado para o ensino colegial (segundo ciclo) do curso secundário. Para o ginásial, destacaram-se as seguintes obras, muitas das quais constituindo-se como objetos e, também, fontes históricas de variadas pesquisas<sup>6</sup>:

*Matemática Moderna*, volumes I, II, III e IV, publicada pelo CECIBA em 1966, 1967, 1968 e 1969; *Ensino Atualizado da Matemática*, Curso Ginásial, volumes 1, 2, 3 e 4, 2ª edição, publicada pela EDART – Livraria Editôra Ltda., em 1971 [...]. Além disso, houve a produção de um *Guia do Professor* para a coleção *Ensino Atualizado da Matemática*. (FREIRE; LANDO; LIMA, 2022, [n.p.], grifos dos autores).

<sup>5</sup> Ver, por exemplo, os trabalhos publicados por: (SOARES, 2001; MATOS; VALENTE, 2007; DIAS, 2008).

<sup>6</sup> Por exemplo: Camargo (2009), Gomes (2014), Santos (2017) e Freire (2017).

Contudo, faltam ainda estudos sistemáticos em relação à edição, em três volumes, da coleção *Matemática segundo ciclo: ensino atualizado*, foco desta análise, produzida pelo Grupo de professores-pesquisadores da Bahia e direcionada para o público do ensino de matemática do ciclo colegial. Assim, teve-se uma primeira justificativa do presente trabalho. Além disso, considerou-se que esta investigação possibilitaria apresentar resultados de investigação mais ampla dada pelo *Projeto de Pesquisa O Cálculo Diferencial e Integral: uma análise das tentativas de sua escolarização*<sup>7</sup>. Tal projeto tem como questão norteadora a seguinte interrogação: por que o CDI não se consolidou como um conteúdo/disciplina escolar da Matemática do curso secundário?

Feitas essas considerações, a presente investigação teve como foco o terceiro volume da referida coleção, no qual os autores introduziram uma proposta de ensino envolvendo tópicos do CDI na disciplina Matemática para os estudantes do terceiro ano do ciclo colegial do ensino secundário. Sua questão interrogativa foi: Que CDI se fez presente no terceiro volume da coleção *Matemática segundo ciclo: ensino atualizado*?

## **O LIVRO MATEMÁTICA 2º CICLO: ENSINO ATUALIZADO**

A coleção *Matemática 2º ciclo: ensino atualizado*, teve cada um de seus três volumes, publicados, respectivamente, em 1971, 1972 e 1973, pela editora *Ao Livro Técnico S.A.*, localizada no Rio de Janeiro. Essa edição não foi realizada sob a chancela do CECIBA que, desde outubro de 1969, já tinha encerrado as suas atividades, as quais, conforme Braga (2012) e Freire (2009), passaram a ser desenvolvidas sob o domínio de um programa de extensão, denominado Programa de Treinamento e Aperfeiçoamento de Professores de Ciências Experimentais e Matemática (PROTAP).

O sistema educacional brasileiro, nesse período, sob o regime militar desde o golpe de 1964<sup>8</sup>, passava por mais um processo de reforma em relação à Lei de Diretrizes e Bases (LDB) da educação nacional que vigorava desde 1961 (BRASIL, 1961). Em 11 de agosto de 1971, foi promulgada a Lei n.º 5692, que reformou a LDB/1961 ao estabelecer uma nova seriação para a educação básica, sob a nomenclatura de 1º e 2º graus, bem como ampliou a sua obrigatoriedade. (BRASIL, 1971). Contudo, os autores da Bahia, ao que parece, preferiram manter a

---

<sup>7</sup> Este projeto é fomentado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

<sup>8</sup> Em linhas gerais, por meio de um movimento militar, instalado no estado de Minas Gerais em 31 de março de 1964, a câmara federal aprovou a vacância na presidência, sob anuência de uma parcela da população brasileira, formada por uma classe dominante – latifundiários, banqueiros, comerciantes, industriais –, por uma classe média e segmentos da igreja católica, além de uma burguesia internacional. Dessa forma, iniciou-se a era do regime militar sob o comando do Marechal Humberto de Alencar Castelo Branco, o primeiro, de um total de cinco militares de alta patente, que ocupou a presidência do Brasil no período de 1964 a 1985. (TAVARES, 2001; BOSCHETTI, 2007).

nomenclatura que era usual na LDB/1961, configurando-a como uma obra sob preceitos dessa Lei, que tinha sido apenas derogada. Essa escolha não parece ter sido aleatória. Ela possibilitava ter mais autonomia, por exemplo, na construção e propostas de programas dos ciclos de ensino, que não eram pré-definido pela LDB/1961, ficando, notadamente, sob a incumbência dos estados definir “[...] a amplitude e o desenvolvimento dos seus programas em cada ciclo.” (BRASIL, 1961, [n.p.]). Uma realidade que foi modificada com a Lei 5692/1971.

De outra parte, a publicação não garantia o seu uso didático em qualquer escola baiana. Neste caso, trata-se de um aspecto que precisa ainda ser investigado. Há indícios, no entanto, que a coleção para o segundo ciclo escolar teve alguma repercussão junto aos professores, os quais, segundo os próprios autores, contestaram a introdução de determinados conteúdos, tais como aqueles relacionados às noções de análise no terceiro volume (CATUNDA *et al.*, 1975). Ao que tudo indica, essas críticas parecem ter sido um dos motivos para que o grupo da Bahia, similarmente ao que fizeram em relação à coleção *Ensino Atualizado da Matemática*, Curso Ginásial, publicasse um *Guia do Professor*, em 1975, isto é, depois de quatro anos da vigência da Lei 5692/1971. Nele, os autores buscaram justificar, já recorrendo às prescrições dessa Lei, o processo de escolha dos conteúdos e da abordagem para compor as três séries do segundo ciclo.

Em linhas gerais, o grupo de professores-pesquisadores da Bahia não sentiu necessidade de fazer qualquer modificação na coleção, visto que, em sua concepção, os objetivos do ensino de matemática para o segundo grau, que configuravam na Lei 5692/1971, foram atendidos. Conforme esses autores, tais objetivos deveriam convergir

[...] para a realização pessoal dos educandos sob forma de: a) formação mental. b) informação pessoal válida para todos (1º ano). c) Informação pessoal diversificada para atender, conforme as necessidades concretas, às peculiaridades locais, aos planos dos estabelecimentos e às diferenças individuais (2º e 3º anos).” (CATUNDA *et al.*, 1975, p. 3).

Assim, entendiam que para estabelecer uma formação mental, seria

[...] preciso ensinar o aluno aprender Matemática para que ele desenvolva sua capacidade dedutiva, sua capacidade de analisar, generalizar e sintetizar alcançando, deste modo, agilidade mental e capacidade de criar e não, apenas, de repetir. Estas qualidades são indispensáveis ao homem de amanhã. (CATUNDA *et al.*, 1975, p. 3).

Por esse prisma, o *Guia* foi estruturado da seguinte forma: introdução, objetivos do ensino da matemática em nível de segundo grau, processo de ensino e orientação metodológicas para a aplicação dos três volumes<sup>9</sup>.

---

<sup>9</sup> Há necessidade de realização de uma pesquisa mais ampla sobre esses elementos apresentados e defendidos pelo Grupo de professores-pesquisadores da Bahia.

Especificamente em relação a inclusão das noções de Análise no terceiro volume de sua coleção, os autores afirmaram que levaram “[...] em consideração as necessidades locais e as sugestões dadas nas mais recentes publicações da UNESCO [...]” (CATUNDA *et al.*, 1975, p. 4). Além disso, argumentaram que certamente a “Informação pessoal diversificada”, mencionada anteriormente, estava “[...] condicionada às necessidades concretas que podem ser de aplicação imediata (para aqueles cujos estudos não vão além do 2º grau) ou aplicação mediata (para aqueles que visam estudos de nível superior).” Dessa forma, acreditando que iam ao encontro dessas disposições, os autores ponderaram que a inserção das noções de Análise tinha o propósito “[...] de resolver problemas de melhor aproveitamento de um material dado, problemas simples de velocidade, aceleração, problemas de crescimento de população, de proliferação de bactérias, de cálculo de áreas e volumes etc. [...]” (CATUNDA *et al.*, 1975, p. 4).

É dentro desse contexto de elaboração da coleção que se fez uma análise da proposta de ensino de cálculo diferencial e integral (CDI), que está presente no terceiro volume da coleção *Matemática 2º ciclo: ensino atualizado* publicado no ano de 1973, produzida por um grupo de professores pesquisadores da Bahia.

## **A PROPOSTA DO ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL NA COLEÇÃO MATEMÁTICA 2º CICLO**

O terceiro volume da coleção aqui analisada é composto por cinco capítulos, dos quais apenas o último não aborda conteúdo do CDI. Nele, discutiram-se tão somente as noções de estatística e probabilidade<sup>10</sup>. Nos demais, tem-se: Capítulo 1: noções de topologia, continuidade e limite – noções de topologia, continuidade e limite de uma função; Capítulo II – Derivadas e aplicações elementares: definição, primeiros exemplos, regras de derivação, mudança de variável, variação de funções (máximos e mínimos), teorema de Rolle e teorema dos acréscimos finitos; III- equações diferenciais; Capítulo IV – Integral e aplicações ao cálculo de áreas e volumes: conceito de integral, função primitiva e aplicações da integração ao cálculo das áreas e volumes.

Não por acaso, a apresentação desses conteúdos matemáticos evidenciou, em uma análise preliminar, uma semelhança em relação à sequência do estudo do CDI que vigorou no contexto do ensino superior de algumas instituições, como a USP. Isto porque, Omar Catunda, um dos autores da coleção, tornou-se conhecido nacionalmente como catedrático de análise

---

<sup>10</sup> Propõem-se: definição das noções usadas em estatísticas, representação gráfica dos estudos estatísticos, frequências absolutas e relativas acumuladas, noções de cálculo combinatório e noções de cálculo de probabilidade.

matemática do Curso de Matemática da USP, cujo programa englobava o CDI. Portanto, era uma autoridade reconhecida entre os seus pares para tratar sobre o CDI em quaisquer níveis de ensino. De outra parte, ciente desse seu *status* no meio acadêmico e científico, Catunda, ao longo de sua carreira, não raramente explicitava como para ele deveria ser conduzido o ensino de matemática no âmbito escolar e superior. Em um desses momentos, alguns poucos anos de obter a sua aposentadoria compulsória, alcançada em 1976, afirmou:

Eu, por exemplo, toda vida soube que o ensino de matemática, é formativo. É uma disciplina que, para ser estudada, exige raciocínio. O ensino atual de matemática, de maneira geral, é, no entanto, meramente informativo. A matemática, basicamente, exige, dedução o que, por sua vez, exige o ensino dedutivo e isto quase não se faz em nossas escolas de nível médio e superior. (CATUNDA, 1972, p. 3).

Por esse prisma, por exemplo, no primeiro capítulo desse terceiro volume do livro *Matemática 2º ciclo: ensino atualizado*, os autores, para apresentação do conceito formal de limite de uma função, partiram do estudo do conceito de vizinhança de um dado ponto e da definição de função contínua. Esta última, por exemplo, foi introduzida pela ideia de incremento da função  $y = f(x)$  relacionado ao incremento da variável independente  $x$ , fazendo uso de *épsilon*s e *delta*s como números arbitrários positivos, tomados como limitantes, respectivamente, dos incrementos de  $y$  e de  $x$ .

Analogamente, Catunda, em seu livro *Curso de Análise Matemática*, de 1962, volume 1, que refletia suas notas de aulas ministradas no curso de Matemática da USP, abordou, em seu capítulo IV denominado *Conjuntos lineares, funções e limites no campo real*, dentre outros, os seguintes conteúdos: ponto interior de um conjunto, conjuntos abertos e fechados; vizinhanças à esquerda e vizinhança à direita, usando também a notação de *épsilon*s e *delta*s como bases para a definição formal de limite de uma função, tomado pelo autor como “[...] o conceito fundamental de Análise Matemática [...]” (CATUNDA, 1962, p. 95).

Esses aspectos da obra do grupo de professores-pesquisadores da Bahia pareceram convergir com o que Morais, Bertini e Valente (2021) denominaram de *ensino da matemática* em contraste a uma *matemática do ensino*. Esta última, constituída historicamente por meio de uma cultura escolar produtora de saberes, diz respeito “[...] a dimensão do ensino propriamente dito e, ainda, a formação de professores para esse ensino” (MORAIS; BERTINI; VALENTE, 2021, p. 10).

Por esse ângulo, os autores entendem que a *matemática do ensino* – ancorada em estudos e conceitos relacionados, sobretudo, às disciplinas escolares (CHERVEL, 1990), a cultura escolar (JULIA, 2001) e aos saberes profissionais (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017) – “[...] serve às diferentes finalidades postas para o ensino nas diversas épocas em que se

exercem as práticas pedagógicas.” (MORAIS; BERTINI; VALENTE, 2021, p. 9). Essa matemática, “[...] relaciona objetos de trabalho do professor – a matemática a ensinar – com ferramentas que devem ser utilizadas pela docência – a matemática para ensinar.”<sup>11</sup> (VALENTE; BERTINI, 2022, p.19). Dessa forma, “[...] a matemática do ensino explicita-se pela relação ferramenta-objeto, dada por saberes de naturezas diferentes, mas articulados.” (VALENTE; BERTINI, 2022, p. 28).

Por outro lado, o *ensino da matemática* configura-se, na ótica de Morais, Bertini e Valente (2021, p.16) como “[...] sinônimo do desafio que o campo disciplinar matemático tem para ser transmitido na escola.”. O olhar é voltado para “[...] mecanismos didáticos voltados para problemáticas postas pela transmissão de saberes dos campos disciplinares científicos para o interior do meio escolar.” (MORAIS; BERTINI; VALENTE, 2021, p. 16). Tal compreensão reside no fato de que se assume “[...] como premissa que o papel da escola é o da transmissão dos saberes do campo disciplinar. Neste caso, do campo disciplinar matemático.” (MORAIS; BERTINI; VALENTE, 2021, p. 16).

Assim, para esses autores, no âmbito do *ensino da matemática*, a matemática do campo disciplinar só se diferencia daquela presente no meio escolar por uma questão de didatização levando em consideração apenas os seus níveis de ensino, seguindo a lógica: “[...] de uma matemática mais avançada do ensino superior àquela elementar da escola básica.” (MORAIS; BERTINI; VALENTE, 2021, p. 16).

Outro aspecto que incide corroborar à essa teorização de Morais, Bertini e Valente (2021), diz respeito às argumentações utilizadas para tratar dos conteúdos do CDI propostos para o ciclo colegial.

Estabeleceu-se no livro *Matemática 2º ciclo: ensino atualizado*, para defender a discussão sobre o conceito de vizinhança a seguinte explicação:

Como se viu, pelos exemplos anteriores, as novas noções estão baseadas em uma noção imprecisa que é a de proximidade; por exemplo, o que é próximo para um ser humano pode não ser próximo para uma formiga e as distâncias consideradas grandes na face da Terra são pequeníssimas na escala do sistema solar; toda a ênfase, portanto, deve ser dada não à idéia de pontos próximos mas sim de pontos *arbitrariamente próximos*; esta idéia torna-se precisa quando se introduz o conceito de vizinhança de um ponto dado. (CATUNDA *et al.*, 1973, p. 2, grifos dos autores).

Por sua vez, no livro *Curso de Análise Matemática*, Catunda, apesar de não trazer exemplos recorrendo ao contexto do estudante, segue linha similar de raciocínio para justificar

---

<sup>11</sup> As expressões *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar* são apropriações dos estudos de Hofstetter e Schneuwly (2017) acerca de *saberes a ensinar* e *saberes para a ensinar*.



o estudo de vizinhança, qual seja: “A noção de vizinhança serve principalmente para substituir a noção um pouco vaga de “proximidade” [...]” (CATUNDA, 1962, p. 78).

Tais observações buscam a afirmação do rigor matemático que deve estar presente no curso colegial. Mostra que há necessidade de transformação da linguagem cotidiana em linguagem matemática. Assim, as modificações e elementos construídos no meio escolar, com menção à vida cotidiana, devem ser expurgadas em favor do rigor matemático. Deve-se, portanto, incluir o conceito de vizinhança matematicamente.

Além da similitude da apresentação e de argumentações dos conteúdos do CDI nas duas obras, houve, também, proximidade em relação à abordagem. De fato, conforme já foi indicado anteriormente, as notações utilizando *épsilon*s e *deltas* foram mobilizadas como uma linguagem de precisão para o conceito de vizinhança, necessário para tratar com rigor o limite de uma função, o qual foi assim estabelecido no livro *Matemática 2º ciclo: ensino atualizado*:

Suponha-se que, atribuindo-se à função o valor  $y_0$  no ponto  $x_0$ , o que pode resultar eventualmente em uma modificação da função no ponto  $x_0$ , a função assim obtida resulte uma função contínua em  $x_0$  (se a função fosse contínua em  $x_0$  não haveria modificação); isto significa que a função dada  $f(x)$  deve gozar da seguinte propriedade: “dado, arbitrariamente,  $\varepsilon > 0$ , existe um número  $\delta > 0$  tal que a todo  $x \neq x_0$ , com  $|x - x_0| \leq \delta$ , corresponde um valor  $y = f(x)$  tal que  $|y - y_0| \leq \varepsilon$ ”. Esta propriedade se traduz dizendo-se que  $f(x)$  tem limite  $y_0$  para  $x$  tendendo a  $x_0$  e escreve-se:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} y = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = y_0$$

ou

$$y \rightarrow y_0 \text{ (} y \text{ tende a } y_0 \text{) quando } x \rightarrow x_0. \text{ (CATUNDA et al.,$$

1973, p. 15)

Trata-se de uma estruturação congênere, ainda que didatizada para o segundo ciclo do ensino médio, da definição de limite apresentada no livro *Curso de Análise Matemática*:

A função  $y = f(x)$  tem limite  $\underline{b}$  para  $x$  tendendo a  $\underline{a}$ , se a cada vizinhança  $\beta$  de  $\underline{b}$  corresponde uma vizinhança  $\alpha$  de  $\underline{a}$ , tal que para todo ponto  $x \neq a$  do campo  $C$ , pertence à vizinhança  $\alpha$ , o valor de  $y$  está na vizinhança  $\beta$ .

[...]

No caso das funções definidas no campo real e com valores reais, podemos considerar primeiramente o caso em que  $a$  e  $b$  são finitos, e limitar a consideração às vizinhanças simétricas desses pontos. Podemos dizer portanto – que y tende a b, para x [→]a, quando, dado o número  $\varepsilon > 0$  arbitrário, se pode determinar em correspondência um número positivo  $\delta$ , tal que para todo x de C satisfazendo à condição

$$0 < |x - a| \leq \delta$$

temos, para o valor do  $y = f(x)$  correspondente,

$$|y - b| \leq \varepsilon \text{ (CATUNDA, 1962, p. 97, grifos do autor).}$$

Tal estilo matemático de exposição das teorias do CDI, conforme alertou o matemático alemão Christian Felix Klein (1945), tornou-se paulatinamente usual nas universidades a partir dos anos vinte do século XIX. Nelas, começou a ganhar espaço a concepção discreta numérica,

centrada na noção de limite, impulsionada por Augustin Louis Cauchy (1789-1857), Karl Weierstrass (1815-1897) e Richard Dedekind (1831-1916).

Essa concepção de limite começou vigorar na matemática com o início do advento da aritmetização da análise, tradicionalmente atribuído ao trabalho de Cauchy intitulado *Cours d'analyse*, publicado em 1821. Em tal obra, Cauchy apresentou uma definição de limite predominantemente aritmética, com pretensões de independência em relação às intuições geométricas, e uma definição para os números reais que pretendia alcançar um novo padrão de rigor. Isso, somente foi alcançado, no caso dos números, com os cortes de Dedekind e, no caso dos limites, com Weierstrass, que introduziu a definição e notação dos *épsilon*s e *delta*s aceita contemporaneamente. (LIMA; DIAS, 2010).

Essa nova fundamentação fez com que as teorias do CDI se deslocassem de uma área estritamente geométrica para o campo das expressões analíticas, ultrapassando, dessa forma, as restrições geométricas. No entanto, diferentemente dessa tendência, que foi também apropriada pelo Grupo de professores-pesquisadores da Bahia, Klein afirmava, segundo Rodrigues (2009, p. vii):

[...] de modo veemente que não é possível tratar a matemática exclusivamente pelo método lógico-dedutivo, sem dar lugar de relevo aos seus aspectos intuitivos e algorítmicos, comparando a ciência matemática a uma árvore que enterra cada vez mais em profundidade as suas raízes na terra e expande livremente os seus ramos no ar.

Ao longo de sua carreira profissional, Klein foi uma voz ativa na promoção da articulação “[...] entre a matemática e aplicações que conduzem a soluções de problemas tecnológicos e industriais.” (RODRIGUES, 2009, p. viii). Essa sua forma de pensar prevaleceu quando começou a advogar, desde o início do século XX, que o estudo do CDI voltasse a ser elementarizado nas escolas<sup>12</sup>. Uma forte ação nessa direção ocorreu por meio de suas aulas na Universidade de Göttingen, “[...] dirigidas especialmente aos futuros professores das escolas secundárias.” (RODRIGUES, 2009, p. viii), às quais começaram a ter repercussão internacional, a partir de 1908 quando foi publicada a primeira edição de seu livro intitulado *Matemática elementar de um ponto de vista superior*.

Portanto, essa foi a tônica de sua proposta de reforma curricular para o ensino de matemática nas escolas<sup>13</sup>, centrada no conceito de função, de modo a progredir “[...] até ao cálculo infinitesimal, contemplando nesta área o suficiente para que um naturalista ou um técnico de seguros possam recolher no conhecimento escolar as ferramentas matemáticas

<sup>12</sup> O estudo do CDI foi proibido oficialmente no ensino secundário nos anos de 1870 e 1880. (KLEIN, 1945)

<sup>13</sup> Mais informações ver, por exemplo: Braga (2003) e Schubring (1999).

indispensáveis ao seu trabalho.” (KLEIN, 2009, p.5). Sob tais perspectivas, Klein defendeu o ensino de noções do CDI parametrizado pela teorização de Newton. Para Klein, Newton, sem adentrar em “explicações fundamentais”, conseguiu apresentar sua concepção de forma precisa fazendo conexões com um “fenômeno da vida diária” (KLEIN, 1945, p. 212) relacionado ao movimento de um corpo em um determinado intervalo de tempo, definindo a velocidade desse movimento.

Assim, a partir dos primeiros anos do século XX, diversas localidades começaram a implementar o ensino de CDI nas escolas, mas não necessariamente seguindo esses preceitos defendidos por Klein. No Brasil, apesar das muitas tentativas desde o Decreto nº.981, de 8 de novembro de 1890, que regulamentava a instrução primária e secundária do Distrito Federal (BRASIL, 1890), tal ensino não conseguiu ser consolidado como uma disciplina ou como um conteúdo escolar.

Nesse âmbito, pelo menos em relação ao livro publicado pelo grupo de professores-pesquisadores da Bahia, supõe-se que um motivo plausível para a sua não consolidação nas escolas baianas, essencialmente diferente da proposta de Klein, diz respeito ao fato de que a proposta das noções de Análise, presente no terceiro volume, poderia ser traduzida em um *ensino da matemática* devedor do campo disciplinar do matemático, seja na estruturação dos conceitos tomados como fundamentais – limite-derivada-função, seja na própria linguagem simbólica e abstrata. Assim, a escola, como parece ter sido também a lógica de Klein, é vista como um degrau para o nível superior, isto é, sem uma cultura própria. O que no fundo quer dizer que os significados do que ela ensina devem ser buscados no campo disciplinar que ela deve reproduzir.

## ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

De um modo geral, a análise da proposta do Grupo de professores-pesquisadores da Bahia de ensinar conteúdo do CDI no terceiro volume de livro *Matemática 2º ciclo: ensino atualizado*, possibilitou interpretar um *ensino da matemática*, que deveria estar presente na prática didático-pedagógica do professor de matemática da escola básica, a serviço do próprio campo disciplinar do matemático. Em outros termos, um *ensino da matemática*, nos termos de (MORAIS; BERTINI; VALENTE, 2021), que convergia com a racionalidade do método dedutivo, derivado do ambiente universitário.

Sob essa ótica, a escola, nesse caso, foi tomada sem uma dinâmica própria e, portanto, considerada *lócus* de uma mera reprodução didatizada dos saberes matemáticos, nos quais a sequência de apresentação, de argumentações e de abordagens deveriam convergir aos

interesses das instituições de nível superior. Na época, década de 1970, já predominava um ensino de CDI fundamentado na teoria dos limites sob a concepção de Cauchy, Weierstrass e Dedekind, essencialmente abstrato, direcionado ao desenvolvimento do próprio conhecimento matemático.

Dessa forma, ainda que o grupo de professores-pesquisadores da Bahia produzisse um discurso em torno da importância do ensino da análise nas escolas para resolver problemas práticos vigentes em uma sociedade, essa inserção seguiu prioritariamente uma linguagem lógico-dedutiva visando, ao que pareceu, constituir uma gama de profissionais para intervir no campo científico da matemática. Em suma, os saberes da escola eram considerados como um degrau inferior da matemática superior.

Nesse contexto, não é desprezível o sujeito da ação, isto é, aquele que conduz o *ensino da matemática*, orientado por uma forma de pensar e fazer matemática, que está em conformidade à sua identidade profissional e científica construída ao longo dos anos. É o que parece ter prevalecido no grupo de professores-pesquisadores da Bahia, em particular, em relação à Omar Catunda, sob a anuência das demais professoras.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), mediante aprovação na Chamada CNPq/MCTI/FNDCT N° 18/2021 – Universal - faixa A.

## REFERÊNCIAS

BOSCHETTI, Vania Regina. Plano Atcon e comissão Meira Mattos: construção do ideário da universidade do pós-64. **Revista HISTEDBR On-line**, Campinas (SP), n.27, p.221-229, set. 2007. Disponível em: <http://nucleodememoria.vrac.puc-rio.br/system/files/acervo-livre/cg0128/videocg0128004.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2023.

BRAGA, Ciro. **O processo inicial de disciplinarização de função na matemática do ensino secundário brasileiro**. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - CCET, PUC, São Paulo, 2003. Disponível em: [https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/11154/1/dissertacao\\_ciro\\_braga.pdf](https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/11154/1/dissertacao_ciro_braga.pdf). Acesso em 10 dez. 2020.

BRAGA, Maria Nilsa Silva. **O Programa de Treinamento e Aperfeiçoamento de Professores de Ciências Experimentais e Matemática - PROTAP (1969-1974): sua contribuição para a modernização do ensino de matemática**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia/Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2012.

BRASIL. **Decreto n. 981, de 8 de novembro de 1890.** Aprova o Regulamento da Instrução Primária e Secundária do Distrito Federal. Palácio do Governo Provisório. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1824-1899/decreto-981-8-novembro-1890-515376-publicacaooriginal-1-pe.html>. Acesso em: 03 jun. 2022.

BRASIL. **Lei n. 4024, de 20 de dezembro de 1961.** Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, DF: Câmara dos Deputados, 1961. Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-4024-20-dezembro-1961-353722-publicacaooriginal-1-pl.html>. Acesso em: 08 ago. 2021.

BRASIL. **Decreto-Lei n. 5692, de 11 de agosto de 1971.** Fixa Diretrizes e Bases para o Ensino de 1º e 2º graus e dá outras providências. Brasília, DF: Câmara dos Deputados. Disponível em: Base Legislação da Presidência da República - Lei n.º 5692 de 11 de agosto de 1971 ([presidencia.gov.br](http://presidencia.gov.br)). Acesso em: 08 ago. 2021.

CAMARGO, Kátia Cristina de. **O ensino da geometria nas coleções didáticas em tempos do Movimento da Matemática Moderna na capital da Bahia.** 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirantes de São Paulo, São Paulo, 2009.

CATUNDA, Omar. **Curso de Análise Matemática.** São Paulo: USP, 1962. v. 1.

CATUNDA, Omar. Professor acha o nosso ensino uma calamidade. **Tribuna da Bahia,** Salvador, 18 maio 1972.

CATUNDA, Omar *et al.* **Matemática 2º ciclo:** ensino atualizado. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1973. v. 3.

CATUNDA, Omar *et al.* **Matemática 2º ciclo:** ensino atualizado. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1973. (Guia do Professor).

CHARTIER, Roger. **A história cultural:** entre práticas e representações. Trad. Maria Manuela Galhardo. Lisboa: Difel. 1988.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação,** n. 2, 1990, p. 177-229.

DIAS, André Luis Mattedi. O Movimento da Matemática Moderna: uma rede internacional científica-pedagógica no período da Guerra Fria. *In: JORNADAS LATINOAMERICANAS DE ESTUDIOS SOCIALES DE LA CIENCIA Y TECNOLOGIA,* 7., 2008, Rio de Janeiro. **Anais [...].** Rio de Janeiro, 2008.

FF [FACULDADE DE FILOSOFIA DA BAHIA]. **Revista da Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia.** Salvador: Faculdade de Filosofia, v.1, 1942-1952, p. 243-260, 1952.

FREIRE, Inês Angélica Andrade. **Ensino de Matemática:** iniciativas inovadoras no Centro de Ensino de Ciências da Bahia (1965-1969). 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História da Ciência) – Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia/Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2009.

FREIRE, Inês Angélica Andrade. **Ensino de Ciências e Matemática**: processos de institucionalização e modernização na década de 1960. 2017. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História da Ciência) – Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia/Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2017.

FREIRE, Inês Angélica Andrade; LANDO, Janice Cassia; LIMA, Eliene Barbosa. Martha Dantas. *In*: VALENTE, Wagner Valente. (org.). **Dicionário dos Experts** - matemática para o ensino e formação de professores. São Paulo: GHEMAT Brasil, 2022. Disponível em: [www.ghemat.com.br/experts](http://www.ghemat.com.br/experts) . Acesso em: 4 de out. 2022.

GOMES, Larissa Pinca Sarro. **Entre a exposição e a descoberta**: a coleção Matemática e as práticas escolares relacionadas à sua utilização no Instituto Nossa Senhora da Piedade. 2014. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2014.

GUIMARÃES, Henrique Manuel. Por uma matemática nova nas escolas secundárias – Perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. *In*: MATOS, José Manuel; VALENTE, Wagner Rodrigues. (org.). **A matemática moderna nas escolas do Brasil e Portugal**: primeiros estudos. São Paulo: Editora Da Vinci/Capes/Ghemat, 2007. p. 21-45.

HOFSTETTER, Rita; SCHNEUWLY, Bernard. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. HOFSTETTER, Rita; VALENTE, Wagner Rodrigues. (org.). **Saberes em (trans)formação**: tema central da formação de professores. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 113-172.

KLEIN, Felix. **Matemática elementar de um ponto de vista superior**. Tradução de Tiago Pedro e Suzana Metello de Nápoles. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática, 2009. v. 1. (Parte 1-Aritmética).

KLEIN, Felix. **Elementary mathematics from an advanced standpoint**. 3. ed. Translated from E.R. Hedrick and C. A. Noble. New York: Dover Publications, 1945. (Arithmetic. Algebra. Analysis).

LIMA, Eliene Barbosa; DIAS, André Luis Mattedi. O Curso de análise matemática de Omar Catunda: uma forma peculiar de apropriação da análise matemática moderna. **Revista Brasileira de História da Ciência**, Rio de Janeiro, v. 3, n. 2, p. 211-230, jul./dez. 2010.

LIMA, Eliene Barbosa. Omar Catunda: venturas e desventuras de um passador cultural. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 16, n. 48, p. 445-465, maio/ago. 2016.

MATOS, José Manuel; VALENTE, Wagner Rodrigues. (org.). **A matemática moderna nas escolas do Brasil e Portugal**: primeiros estudos. São Paulo: Editora Da Vinci/Capes/Ghemat, 2007.

MORAIS, Rosilda dos Santos; BERTINI, Luciane de Fatima; VALENTE, Wagner Rodrigues. **A matemática do ensino de frações**: do século XIX à BNCC. São Paulo: Livraria da Física, 2021. (Coleção Histórias da Matemática em Estudos e no Ensino, 4).

TAVARES, Luís Henrique Dias. **História da Bahia**. São Paulo: UNESP; Salvador: Edufba, 2001.

RODRIGUES, José Francisco. Prefácio. *In*: KLEIN, Felix. **Matemática elementar de um ponto de vista superior**. Tradução de Tiago Pedro e Suzana Metello de Nápoles. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática, 2009. v. 1. Parte 1-Aritmética, p. v-ix.

SANTOS, José Cassiano Teixeira. **A álgebra nas coleções de livros didáticos *Matemática Moderna e Matemática, produzidas na Bahia***. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017.

SCHUBRING, Gert. O primeiro movimento internacional de reforma curricular em Matemática e o papel da Alemanha: um estudo de caso na transmissão de conceitos. Tradução de Maria Laura Magalhães Gomes, revista por Antonio Miguel. **ZETETIKÉ**. Campinas: CEMPEM – FE/UNICAMP, v. 7, n. 11, jan./jun. de 1999. p. 29-50.

SOARES, Flávia. **Movimento da matemática moderna no Brasil: avanço ou retrocesso?** 2001. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2001.

VALENTE, Wagner Rodrigues; BERTINI, Luciane de Fatima. Sobre a matemática do ensino como objeto teórico de pesquisa. *In*: VALENTE, Wagner Rodrigues; BERTINI, Luciane de Fatima. (org.). *A matemática do ensino: por uma história do saber profissional, 1870-1960*. São Paulo: Universidade Federal de São Paulo, 2022. p. 19-29. (Coleção Educação & Saúde, v. 1).

UBA [UNIVERSIDADE DA BAHIA]. **Faculdade de Filosofia da Bahia**. Salvador: Arquivo da UBA, v. II, 1953.

UBA [UNIVERSIDADE DA BAHIA]. **Faculdade de Filosofia da Bahia**. Salvador: Arquivo da UBA, v. III, 1954.

UBA [UNIVERSIDADE DA BAHIA]. **Faculdade de Filosofia da Bahia**. Salvador: Arquivo da UBA, v. IV, 1955.

UBA [UNIVERSIDADE DA BAHIA]. **Faculdade de Filosofia da Bahia**. Salvador: Arquivo da UBA, v. V, 1956.

UBA [UNIVERSIDADE DA BAHIA]. **Faculdade de Filosofia da Bahia**. Salvador: Arquivo da UBA, v. VII, 1959-1961.