

O ENSINO DE LIMITE, EM CÁLCULO, NO COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA UNIVERSIDADE DA BAHIA (1955-1961)

TEACHING OF LIMIT, IN CALCULUS, AT THE COLÉGIO DE APLICAÇÃO OF UNIVERSIDADE DA BAHIA (1955-1961)

Janice Cassia Lando¹

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9995-3706>

Inês Angélica Andrade Freire²

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-6361-1616>

Jorge Costa do Nascimento³

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-4307-2982>

Submetido: 15 de junho de 2023

Aprovado: 01 de setembro de 2023

RESUMO

Neste artigo analisamos o ensino de limite no curso secundário do Colégio de Aplicação Anexo à Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia (CA/UBa) no período de 1955 a 1961 - início no ano de oferecimento da primeira turma da terceira série do colegial e término no ano de publicação da Lei de Diretrizes e Bases n.º 4.024 de 1961, que ao oportunizar uma descentralização do ensino possibilitou a constituição de programas não unificados nacionalmente. As fontes históricas analisadas foram os programas e diários de classe nos anos de 1955, 1956, 1959 e 1960. Constatamos que não fica explícito que o conceito de limite tenha sido introduzido de forma intuitiva, conforme indicado na Portaria de 1951. Todavia, inferimos que há indícios de que isso pode ter ocorrido por meio de sucessões numéricas em diferentes funções a partir do comportamento da função na proximidade de um ponto dado e da construção da noção de infinitésimo, por uma abordagem aritmética, bem como inferimos que representações gráficas de curvas diversas poderão proporcionar uma percepção do comportamento infinitesimal da função na

ABSTRACT

This article examines the pedagogy of teaching limit in high schools, focusing particularly on the teaching practices used at *Colégio de Aplicação*, a school affiliated with *Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia* (CA/UBa), between 1955 and 1961. The period in question begins with the first class of the third year of high school and ends with the enactment into law of *Lei de Diretrizes e Bases* (Basic Education Guidelines Bill, number 4.024) in 1961. The law, which introduced a decentralized approach to education, enabled the creation of regionally diverse curricula. Programs and daily records of courses for the years 1955, 1956, 1959, and 1960 were among the historical sources that were analyzed. It has been observed that the concept of limit was not explicitly conveyed in an intuitive manner, as indicated by the 1951 Ordinance. However, it can be inferred that evidence of this occurrence could be observed by examining numerical sequences in various mathematical functions and the behavior of the function in close proximity to a particular point. In addition, the mathematical approach to the concept of the infinitesimal contributes to this comprehension. In

¹ Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências pela Universidade Federal da Bahia (UFBA). Professora Titular da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) - Campus de Jequié, Jequié, Bahia, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Antônio Brandão, s/n, Condomínio Primavera, Jequeizinho, Jequié, Bahia, Brasil, CEP: 45.208-245. E-mail: janicelando@uesb.edu.br.

² Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências pela Universidade Federal da Bahia (UFBA). Professora Adjunta da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) - Campus de Jequié, Jequié, Bahia, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Um, 45, URBIS I, Jequeizinho, Jequié, Bahia, Brasil, CEP: 45.208-495. E-mail: ines.angelica@uesb.edu.br.

³ Doutor em Psicologia Cognitiva pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Professor Titular da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) - Campus de Jequié, Jequié, Bahia, Brasil. Endereço para correspondência: Travessa Dona Maria Sá, 101, Condomínio Cantinho da Yayá, casa 241, Jequeizinho, Jequié, Bahia, Brasil, CEP: 45.208-391. E-mail: jnascimento@uesb.edu.br.

proximidade do ponto dado.

Palavras-chave: História do Ensino de Cálculo; Curso Secundário; Colégio de Aplicação da Universidade da Bahia.

addition, graphic representations of various curves can provide insight into the infinitesimal behavior of the mathematical function with respect to a given point.

Keywords: History of teaching Calculus; high school; *Colégio de Aplicação da Universidade da Bahia*..

INTRODUÇÃO

Neste artigo apresentamos uma investigação desenvolvida no âmbito do projeto coletivo de pesquisa intitulado “O Cálculo Diferencial e Integral: uma análise das tentativas de sua escolarização”⁴, na qual analisamos o ensino de limite no curso secundário do Colégio de Aplicação Anexo à Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia (CA/UBa) no período de 1955 a 1961. Esta periodização inicia no ano de oferecimento da primeira turma da terceira série, do segundo ciclo, do ensino secundário no CA/UBa e finaliza considerando a publicação da Lei de Diretrizes e Bases n.º 4.024 de 20 de dezembro de 1961, pois segundo Carvalho (2004, p. 78) essa legislação possibilitou alterações no ensino de matemática pautadas em uma descentralização. “Com isso, desaparece o ensino do cálculo na escola secundária, salvo em algumas escolas isoladas, [...]”. Essa descentralização do ensino possibilitou a constituição de programas não unificados nacionalmente e proporcionou a permanência, ou não, do ensino de Cálculo no curso secundário.

Desde a reforma do ensino secundário proposta por Benjamin Constant (1837-1891) – Decreto n.º 981 de 8 de novembro de 1890 – constatamos permanências, mudanças, argumentações favoráveis e desfavoráveis no que diz respeito ao ensino de cálculo nos programas e nas práticas para o ensino de matemática no secundário (CARVALHO, 1996; LIMA; DYNNIKOV; VALENTE, 2022; SILVA, 2023), e na sequência apresentamos alguns exemplos.

O ensino de elementos de cálculo diferencial e integral é incluído, pela primeira vez, como conteúdo do curso secundário no Brasil por meio da Reforma de Benjamin Constant. Carvalho (1996) mediante uma análise dos programas oficiais do Colégio Pedro II, não identifica alusão ao conceito de função ou ao cálculo no período de 1837 a 1889. Foram identificados, a partir de 1889, os primeiros registros referentes às funções, e o ensino de noções de cálculo de 1895 até 1900; estes conteúdos retornaram aos programas nos anos de 1929 e 1930, especificamente no “[...] 6º ano (Curso complementar para os estudantes que se

⁴ Este projeto de pesquisa é financiado pelo CNPq - Edital Universal CNPq/MCTI/FNDCT n.º 18/2021 (Processo: 403837/2021-9).

destinavam às Escolas Militares e Politécnica)” (CARVALHO, 1996, p. 72). Essa análise é importante uma vez que o Colégio Pedro II foi criado com o objetivo de ser o estabelecimento padrão para o ensino secundário brasileiro, permanecendo com essa finalidade até a reforma do ensino secundário ocorrida em 1931.

O cálculo foi reintroduzido no ensino secundário mediante as reformas Francisco Campos (1931) e Gustavo Capanema (1942). Uma figura especialmente relevante em relação ao ensino de matemática nessas reformas foi Euclides Roxo. Foi ele o responsável pela proposta de programa de matemática na Reforma Francisco Campos (CARVALHO, 1996; MIORIM, 1998; VALENTE, 2004). Apesar das várias tentativas⁵ de modificar a proposta de programa elaborada por Roxo, na Reforma Capanema, segundo Carvalho (1996, p. 139-140) percebe-se “[...] que os pontos de vista de Euclides Roxo foram substancialmente mantidos”.

Assim, para compreender o que se defendia para o ensino de cálculo nessas reformas, é importante conhecer as ideias de Euclides Roxo em relação à introdução do ensino de cálculo no curso secundário. Ele defendia, baseado em Felix Klein, que a noção de função deve “[...] ser adotada como idéia axial no ensino da matemática, capaz de estabelecer o elo unificador dos vários assuntos tratados na escola secundária [...]” (ROXO, 2004⁶, p. 170). Além de oportunizar essa unidade entre todos os conteúdos “em um todo”, Roxo destaca que a “educação do pensamento funcional” deve ser realizada no curso secundário não somente devido “as exigências práticas e culturais”, mas devido ao seu potencial educativo “para o pensamento lógico e por ser um verdadeiro método de estudo.” (ROXO, 2004, p. 171).

Roxo (2004, p. 171) defendia, ainda, também baseado em Klein, que interligada “ao desenvolvimento da noção de função” está a adequação de inserir no curso secundário as “noções fundamentais do cálculo infinitesimal”. Como justificativas para a inclusão do cálculo no secundário estão principalmente as necessidades da formação universitária, ou seja, “[...] graças aos novos progressos nos conhecimentos científicos que servem de base às modernas profissões liberais, passou a haver um desajustamento entre a clássica matemática elementar e os conhecimentos indispensáveis à formação universitária.” (ROXO, 2004, p. 171)

Roxo (2004, p. 171) defende essa inserção considerando também a “necessidade da formação básica de cultura geral visada pelo ensino secundário”.

Os argumentos de Euclides Roxo estavam postos nas diferentes searas de discussões sobre o ensino de matemática tanto no Brasil como no mundo ocidental. Vale ressaltar que,

⁵ Para mais detalhes sobre estas tentativas, ver Carvalho (1996) e Dassie (2001).

⁶ “Texto originalmente publicado em PEIXOTO, Afrânio et al. (1937) : Um grande problema nacional (estudos sobre o ensino secundário). Rio de Janeiro: Pougetti, 1937”. (VALENTE, 2004, p.151).

estamos nos referindo a um período histórico marcado pela consolidação da industrialização e, conseqüentemente, pela necessidade cada vez maior de mão de obra qualificada.

No Brasil, em 14 de dezembro de 1951, foi publicada a Portaria n.º 1045, pelo Ministério da Educação e Saúde, que “Expede os planos de desenvolvimento dos programas mínimos de ensino secundário e respectivas instruções metodológicas”, delinea no âmbito das instruções metodológicas o papel para a matemática “como objeto de cultura, instrumento de trabalho e vetor de aperfeiçoamento mental” (BRASIL, 1952, p. 9).

Nessas instruções metodológicas, há uma orientação de que o ensino da matemática deve ser desenvolvido sempre progressivamente do intuitivo, sem impor regras de raciocínio até que o aluno esteja apto a compreendê-las. Nessa perspectiva, se aponta que o ensino da matemática deve ser iniciado de forma prática e intuitiva. Somente no decurso do processo de aprendizagem seria despertado “[...] aos poucos, no aluno, o sentimento da necessidade da justificativa da prova e da demonstração, introduzindo-se, ainda no curso ginásial, o método dedutivo com o cuidado que exige.” (BRASIL, 1952, p. 9).

Fica evidente que “a idéia de rigor não deverá ser exagerada, mesmo no segundo ciclo, a fim de que não se torne formal e fastidiosa [...]”, ou seja, “o apêlo à intuição jamais deverá ser dispensado”, pois “não deverá ser esquecida que a matemática não é lógica pura, como se admitiu durante muito tempo.” (BRASIL, 1952, p. 9).

Assim, interpretamos que tudo que tende ao uso do formal – a justificativa da prova e da demonstração, e uso da lógica pura – está associado ao método dedutivo e ao rigor em matemática. No âmbito do ensino de cálculo na Portaria de 1951 foi estabelecido o seguinte programa curricular:

I - Conceito de função; representação cartesiana; reta e círculo; noção intuitiva de limite e de continuidade.

1. Conceito elementar de variável e de função. Variável progressiva e variável contínua; intervalos. Noção intuitiva de limite de uma sucessão; exemplos clássicos elementares; convergência.

2. Funções elementares; classificação. Representação cartesiana de uma função e equação de uma curva. Curvas geométricas e curvas empíricas; noção intuitiva de continuidade. Representação gráfica de funções usuais; função exponencial, função logarítmica e funções trigonométricas diretas. Acréscimo de uma função num ponto; funções crescentes e funções decrescentes. Tangente; inclinação da tangente.

3. Limite de variáveis e de funções; limites infinitos. Propriedades fundamentais. Exemplos elementares de descontinuidade de uma função em um ponto. Descontinuidade das funções racionais fracionárias.

4. A função linear e a linha reta em coordenadas cartesianas. Parâmetro angular e parâmetro linear. Formas diversas da equação da linha reta. Representação paramétrica; área de um triângulo em função das coordenadas dos vértices. Os problemas clássicos de inclinação, intersecção, passagem e distância, relativos à linha reta.

5. A equação geral do 2º grau com duas variáveis e a circunferência de círculo em coordenadas cartesianas. Formas diversas da equação da circunferência de círculo. Intersecção de retas e circunferências.

II - *Noções sobre derivadas e primitivas; interpretações; aplicações.*

1. Definição da derivada em um ponto; notações; derivada infinita. Interpretação geométrica e cinemática da derivada. Diferença e diferencial; interpretação geométrica. Funções derivadas. Derivação sucessiva.

2. Regras de derivação; derivada de uma constante; de uma função de função; de funções inversas; da soma, do produto, e do quociente de funções. Aplicação à derivação de funções elementares.

3. Aplicação da teoria das derivadas ao estudo da variação de uma função. Funções crescentes e funções decrescentes; máximos e mínimos relativos. Interpretação geométrica.

4. Funções primitivas: integral indefinida: constante de integração. Primitivas imediatas; regras simples de integração.

5. Integral definida. Aplicação ao cálculo de áreas e de volumes; exemplos elementares.

[...]

Observação – Os parágrafos em negrita destinam-se somente ao curso científico; os demais são comuns ao curso clássico e ao científico. (BRASIL, 1952, p. 8-9, grifos no original)

O Brasil da década de 1950 foi marcado por uma discussão em torno dos objetivos educacionais do anteprojeto, apresentado em 1948 ao Poder Legislativo, que resultou na Lei 4024/1961, primeira LDB. Podemos citar alguns tópicos sensíveis às demandas sociais que permearam essas discussões, tais como as relações entre estabilidade social, promoção individual e expansão escolar. Neste período, ainda persistia a dualidade entre um ensino secundário de caráter propedêutico, voltado para a minoria da elite, tendo-se em vista a continuidade dos estudos, em oposição ao ensino profissional de caráter terminal, voltado para as classes populares. (SAVIANI, 1999; GHIRALDELLI JR., 2006).

No início da década de 1960, a Revista Veja, publicada pela Editora Abril, em uma Edição Especial, registra por meio de dados a realidade educacional brasileira,

[...] apenas quatro entre cada dez crianças com idades entre 7 e 11 anos estão matriculadas nas escolas. Pior: a metade desse contingente está cursando apenas a primeira série do ensino primário. Entre todos os alunos que iniciam sua formação no país, só 21,4% chegam à segunda série (19,3% avançam à terceira e 14,1% à quarta). No ensino secundário, a situação é de arrepiar. Apenas nove entre cada cem jovens brasileiros conseguem alcançar esse nível. (VEJA, 1962, [n.p.]

Podemos constatar do registro acima que nesse período histórico tínhamos uma educação marcada por exclusões sociais e históricas, isto é, um ensino para as classes economicamente dominantes do país.

Diante desses dados que refletem um percentual ínfimo de acesso de jovens brasileiros ao segundo ciclo do ensino secundário, podemos interpretar que os diferentes atores sociais, que idealizaram as diversas reformas curriculares desde o final do século XIX até a década de 1960, consideravam, principalmente, discentes oriundos da elite brasileira e, conseqüentemente, a estruturação curricular de um ensino propedêutico. Assim, as diferentes

propostas de reforma curricular nesse período histórico estavam em consonância com os argumentos em defesa da inserção das noções de cálculo para o ensino secundário propedêutico.

ASPECTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Para interpretarmos o ensino de limite no curso secundário do CA/UBa recorreremos à história cultural na perspectiva de Roger Chartier. Para ele, “a História Cultural, tal como a entendemos, tem por principal objecto identificar o modo como em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade social é construída, pensada e dada a ler” (CHARTIER, 1990, p. 17). Ainda, segundo esse autor, para a produção da história cultural, são mobilizadas as noções de representação, prática e apropriação, conceitos que foram assim definidos: 1. as representações são “esquemas intelectuais incorporados que criam as figuras graças às quais o presente pode adquirir sentido, o outro tornar-se inteligível e o espaço ser decifrado” (CHARTIER, 1990, p. 17); 2. as práticas para Chartier, de acordo com Barros (2005, p. 131), devem ser concebidas tanto no que se refere “[...] às instâncias oficiais de produção cultural, às instituições várias, às técnicas e às realizações (por exemplo os objetos culturais produzidos por uma sociedade)”, como no que se refere “aos usos e costumes que caracterizam a sociedade examinada pelo historiador”; 3. as apropriações para Chartier (1991, p. 180) possibilitam “uma história social dos usos das interpretações, referidas a suas determinações fundamentais e inscritas nas práticas específicas que as produzem”, ele salienta, ainda, a ocorrência de “uma invenção criadora no próprio cerne dos processos de recepção” (CHARTIER, 1990, p. 136).

É por meio deste arcabouço teórico-metodológico, que pudemos considerar que a história do ensino de cálculo teve suas especificidades a depender do espaço-tempo educacional analisado. Neste percurso de uma escrita histórica consideramos os diários de classe do CA/UBa, nos anos de 1955 a 1961, e a legislação educacional vigente nesse período, como fontes que nos possibilitariam interpretar as representações, as práticas e as apropriações.

Os diários de classe, como fontes históricas, foram importantes para uma interpretação das práticas pedagógicas no que concerne ao ensino de cálculo, nessa Instituição de ensino. No CA/UBa, após o registro realizado pelo professor, este documento era supervisionado pelo inspetor federal de ensino, com o objetivo de verificar os registros efetuados, no período de 1949 a 1960 (LANDO, 2012).

Por ser um documento passível de supervisão e, conseqüentemente, conter registros que poderiam refletir ou não uma preocupação burocrática, pode, de acordo com Alvarez

(2004), ser uma fonte questionável na sua veracidade. Ao indagar sobre “até que ponto as anotações são fiéis?”, Tana Alvarez indica que esta não é a questão principal, pois

Para nós, a fidelidade é uma questão que se relativiza na medida que passamos a discutir sobre o repertório com o qual o professor se sente autorizado a trabalhar. De qualquer maneira, o docente não irá fugir de seu repertório de trabalho e isto é o que pode nos levar a inferir sobre sua prática pedagógica. Assim, conteúdos que são anotados com frequência ou mesmo aqueles que aparecem em poucas situações, a sequência de conteúdos registrada pelo docente, entre outros fatores, podem nos levar a compreender este repertório. (ALVAREZ, 2004, p. 50)

Diante disso, no percurso teórico-metodológico buscamos interpretar os registros cruzando as anotações dos Diários com a legislação escolar da época e com livro didático do período histórico.

O ENSINO DE LIMITE NO COLÉGIO DE APLICAÇÃO

O Colégio de Aplicação da Universidade da Bahia, criado em 1944, desenvolveu suas atividades no período de 1949 a 1976, tendo como finalidades principais servir à prática docente e aos estágios dos licenciandos da Faculdade de Filosofia da Bahia ⁷, e ainda, servir de campo de experimentação pedagógica para esta Faculdade.⁸

Assim, de forma gradativa, de 1949 a 1952, foram implantadas as quatro séries do curso ginásial e, de 1953 a 1955, as séries dos cursos Clássico e Científico do colegial.⁹

Salientamos que neste trabalho analisamos o ensino de cálculo no curso secundário do CA/UBa, no período de 1955 a 1961, por meio dos programas e dos diários de classe, da terceira série do segundo ciclo, dos cursos clássico e científico. Os diários de classe que tivemos acesso foram dos anos de 1955, 1956, 1959 e 1960, com seus respectivos programas.

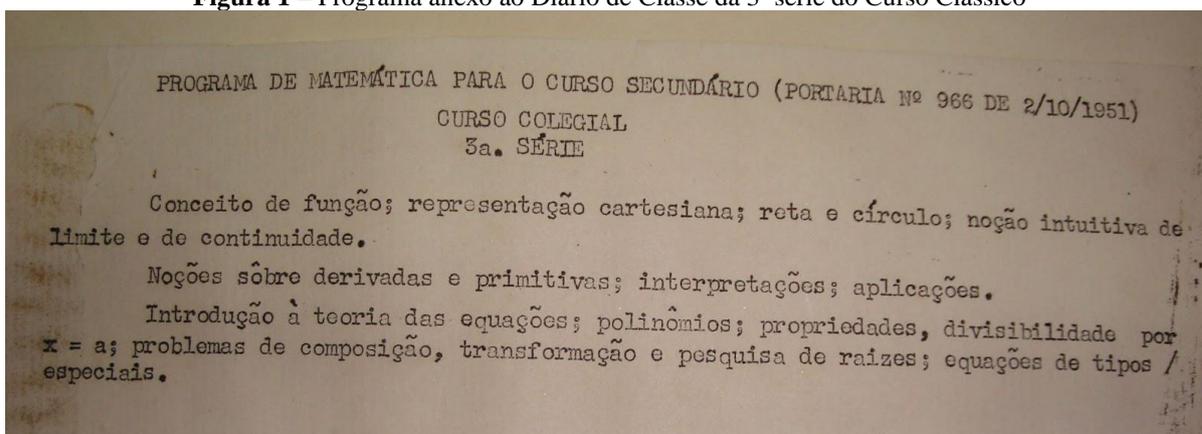
Inicialmente constatamos que os programas utilizados como referência para as práticas docentes, dos professores responsáveis pela disciplina Matemática, apresentavam os mesmos conteúdos conforme normatizado pela Portaria de 1951. Identificamos que no ano de 1956, o programa anexado ao diário estava detalhado conforme a Portaria de 1951, já nos anos de 1955, 1959 e 1960, os programas anexados constavam de forma sucinta, conforme Figura 1.

⁷ Para mais informações sobre a Faculdade de Filosofia da Bahia, ver: Dias (2002), Bertani (2011) e Lando (2012).

⁸ Para mais informações sobre a história do Colégio de Aplicação, veja: Lando (2012).

⁹ CA/UBa. Histórico do Colégio de Aplicação Anexo à Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia, 1965.

Figura 1 – Programa anexo ao Diário de Classe da 3ª série do Curso Clássico



Fonte: CA/UBa, 1955b.

Esses programas anexados podem ser indícios de uma orientação de continuidade programática em virtude de termos notado que nos diários de classe analisados, em geral, foram encontrados registros assinados por mais de um docente, no decorrer do ano letivo. Além disso, percebemos que nesses programas não foram delineadas as orientações metodológicas, como constavam na Portaria de 1951.

Identificamos dentre os professores que assinaram nos registros dos diários como responsáveis pelas aulas ministradas: Martha Maria de Souza Dantas, Norma Corrêa, Ramakrshina Bagavan dos Santos, Lícia Costa da Silva, Nilza Rocha, Adarcy Costa, Celina Marques, Norma Araújo e Eliana Nogueira. Estes professores, nas décadas de 1950 e 1960, realizaram viagens, nacional e internacional, de estudos e participação em eventos científicos; se qualificaram em cursos de pós-graduação; tiveram inserção também no ensino superior; e participaram da organização do I Congresso Nacional de Ensino da Matemática no Curso Secundário em 1955, na cidade de Salvador.¹⁰ Em seguida, apresentamos a análise dos diários especificamente no que concerne aos conceitos de funções e limites. Analisar o conceito de função se fez necessário para a compreensão de como foi introduzido o conceito de limite de uma função.

Ensino de Função

Nos diários de classe que tivemos acesso constam, antes do desenvolvimento da noção de variável e função, a noção de conjuntos e sucessões. Contudo, a apresentação da noção de conjuntos antes de funções e cálculo não estavam no programa da Portaria de 1951. Entretanto, podemos levar em consideração que Martha Dantas foi a professora na terceira série do segundo

¹⁰ Ver Freire (2009) e Lando (2012).

ciclo nos anos de 1955 e 1956, quando tinha recém retornado de uma viagem à Europa, onde inclusive participou de cursos no *Centre International d'Études Pédagogiques* (CIEP), localizado em Sèvres - França. Em seu relatório, apresentado à UBa, acerca desta viagem, ela mencionou que neste período já estava em andamento na Europa um movimento de reforma do ensino secundário (FREIRE, 2009). Neste movimento que, posteriormente, foi denominado movimento da matemática moderna, propunha-se “[...] introduzir a noção de função com base na teoria dos conjuntos e igualmente logo no início do ensino.” (GUIMARÃES, 2007, p. 35).

No diário de classe de 1955, após as noções de conjuntos e sucessões, consta o registro de Funções: campo de existência. Interpretamos que esta abordagem para introdução do conceito de funções pode ter uma correlação com a noção de conjuntos, pois introduzindo a ideia de campo de existência subjaz a ideia de domínio de uma função. Assim, pressupomos que pode ter ocorrido uma abordagem formal, contrariando o que está previsto nas orientações metodológicas da Portaria de 1951, que é abordar inicialmente a noção de função intuitivamente. O mesmo ocorreu no ano de 1956, com a diferença no uso do termo “definição” em substituição ao termo “existência” – Campo de definição de uma função – e, ainda, identificamos o registro detalhado dos tópicos referentes ao conceito de função. Nos anos de 1959 e 1960, volta a constar a expressão Campo de Existência e mantém o detalhamento nos registros.

Diante dessa introdução formal de função na terceira série, consideramos válida uma busca para verificar se nas séries anteriores do segundo ciclo ocorreu abordagem da noção de função. Identificamos que no diário de classe do segundo ano consta o registro de “funções trigonométricas”, em conformidade com o prescrito no programa da Portaria de 1951. Entretanto, como no registro não tem detalhamento, possibilita presumir se tratar das variações das relações trigonométricas (seno, cosseno, tangente e outras). Em relação ao ensino de função nas séries do ginásial, Lando (2012) em sua pesquisa de doutorado identificou que nos anos de 1952 e 1953, na quarta série foi ensinado o conceito de Função, mesmo não constando do programa da Reforma Capanema. Todavia, no período de 1954 a 1963, “[...] o desenvolvimento do pensamento funcional, por meio da introdução precoce da noção de função, não foi trabalhado [...]. Não encontramos nos diários de classe e também nos livros didáticos utilizados qualquer menção à noção de função nas quatro séries ginásiais [...] no Colégio de Aplicação [...]” (LANDO, 2012, p. 182).

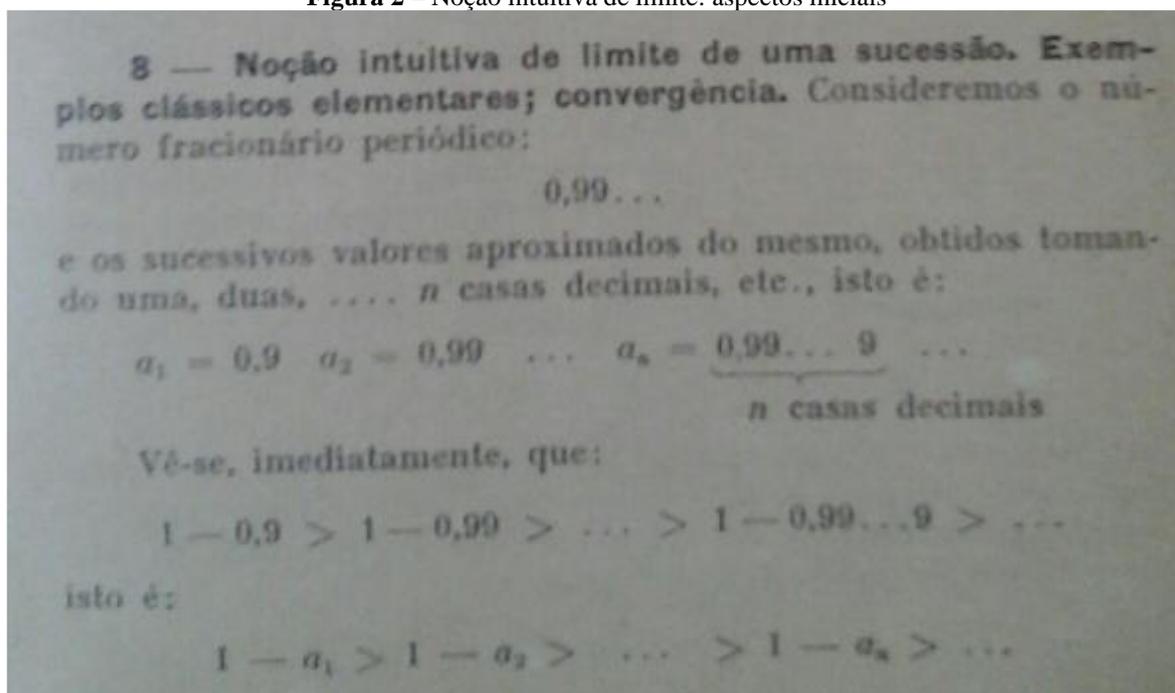
Interpretamos que iniciar, na terceira série do segundo ciclo, com uma abordagem formal por meio da teoria dos conjuntos, tratou-se de uma apropriação das ideias que circulavam naquele momento histórico.

Ensino de Limite

O primeiro registro no diário de classe de 1955, referente ao conceito de limite, apresenta-se da seguinte forma: “Limite de uma sucessão”. No entanto, como está escrito, não nos permite afirmar que este conceito foi abordado em consonância com as orientações metodológicas da Portaria de 1951, isto é, de “forma prática e intuitiva”. Entretanto, o termo “sucessão” é um indício de que o conceito de limite pode ter sido introduzido utilizando substituições numéricas sucessivas com representações de números inteiros ou não, nas diferentes funções.

Reforçando nossa interpretação, identificamos abordagens utilizando substituições numéricas sucessivas para introdução do conceito de limite em livros didáticos deste período, a exemplo do livro *Matemática 2.º Ciclo - 3.ª série*, embora não temos indícios que esse livro didático tenha sido utilizado pelos professores do CA/UBa.

Figura 2 – Noção intuitiva de limite: aspectos iniciais



Fonte: Roxo et al., 1955, p. 11.

Identificamos, também, que no tópico “Limite de uma sucessão”, não foram utilizadas as palavras definição e conceito, o que corrobora com a nossa conjectura da utilização de substituições numéricas sucessivas.

Já no diário de classe do ano de 1956, no percurso do detalhamento do conteúdo de função, foram registrados os seguintes tópicos: “Sucessões convergentes e sucessões

divergentes; Sucessões monótonas; Sucessões monótonas contíguas; [...]; Representação gráfica de uma curva; Equação de uma curva”, antecedendo o tópico “Estudo das funções $y = x^3$ e $y = 1/x$ e $y = 1/x^2$ ”. Podemos inferir que, trabalhar com sucessões convergentes, divergentes e monótonas possibilitava estudar o comportamento de uma função na proximidade de um ponto dado, contribuindo com a construção da noção de infinitésimo por meio de uma abordagem aritmética. A representação gráfica das curvas elencadas poderá proporcionar, ao estudante, uma percepção do comportamento infinitesimal da função na proximidade do ponto dado. Percebemos ainda, que posteriormente, nos registros dos diários, são abordadas as funções exponencial, logarítmica e trigonométricas.

Em seguida, o conceito de limite foi iniciado com o seguinte registro “Limites: propriedades dos infinitésimos” e “Limites: propriedades”. Estes tópicos nos indicam um processo de formalização desse conceito, uma vez que o ensino de propriedades está lastreado em um rigor matemático. Contudo, podemos considerar que de acordo com as orientações metodológicas da Portaria de 1951 a abordagem “prática e intuitiva” da noção de limite pode ter sido desenvolvida no âmbito do conteúdo de função, a partir de limite de uma sucessão. Nos diários de classe dos anos de 1959 e 1960 constatamos que permanece a mesma abordagem para a introdução do conceito de limite de uma função dos diários do ano de 1956.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para compreender como foi introduzido o conceito de limite de uma função pelos professores do CA/UBa, no período histórico pesquisado, se fez necessário compreender como eles desenvolveram o conteúdo de função. Não fica explícito que o conceito de limite tenha sido introduzido de “forma prática e intuitiva” conforme indicado na legislação vigente, à época. Todavia, inferimos que há indícios de que isso pode ter ocorrido, pois o uso do termo “sucessão” é indicativo da introdução do conceito de limite por sucessões numéricas nas diferentes funções. Visto que, as diferentes sucessões: convergentes, divergentes e monótonas, possibilitam o estudo do comportamento de uma função na proximidade de um ponto dado e a construção da noção de infinitésimo por meio de uma abordagem aritmética. Além disso, representações gráficas de curvas diversas poderiam proporcionar uma percepção do comportamento infinitesimal da função na proximidade do ponto dado.

Identificamos, também, que não houve diferença nos registros dos diários de classe dos cursos clássico e científico em relação aos conteúdos de função e limite.

Essa análise inicial ao possibilitar uma compreensão da escolarização do cálculo – função e limite de função – contribui com o projeto coletivo de pesquisa “O Cálculo Diferencial e Integral: uma análise das tentativas de sua escolarização”, no que diz respeito à escolarização do cálculo diferencial e integral na Bahia.

Para finalizar, salientamos que esta narrativa é lacunar visto que a análise foi circunscrita aos conteúdos de função e limite de função, no ensino secundário do CA/UBa, sem abordar os conceitos de derivada e integral registrados nos diários de classe desse Colégio e os registros presentes nesses diários não eram detalhados. Além disso, é possível uma ampliação tanto das fontes – livros didáticos, cadernos de alunos, planejamento de professores, narrativas, dentre outros – como da periodicidade.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq - Brasil.

REFERÊNCIAS

ALVAREZ, Tana Giannasi. **A matemática da reforma Francisco Campos em ação no cotidiano escolar**. 2004. 270 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

BARROS, José D'Assunção. A História Cultural e a contribuição de Roger Chartier. **Diálogos**, DHI/PPH/UEM, Maringá, v. 9, n. 1, p. 125-141, 2005.

BERTANI, Januária Araújo. **Um Estudo Histórico Comparativo entre a Bahia e Portugal sobre a Formação de Docente em Matemática (1941-1968)**. 206 f. 2011. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2011.

BRASIL. **Portaria n.º 1045, de 14 de dezembro de 1951**. Expede os planos de desenvolvimento dos programas mínimos de ensino secundário e respectivas instruções metodológicas. D.O.U. Suplemento ao n.º 45. Capital Federal, 22 fev. 1952. Disponível em: <http://www.jusbrasil.com.br/diarios/2375333/dou-secao-1-22-02-1952-pg-65/pdfView> . Acesso em: 10 out. 2011.

CARVALHO, João Pitombeira de. O Cálculo na escola secundária - algumas considerações históricas. **Cadernos Cedes**, História e Educação Matemática, n. 40, p. 62-80, 1996.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira. Euclides Roxo e as polêmicas sobre a modernização do ensino da Matemática. In: VALENTE, Wagner Rodrigues (org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2004.

CHARTIER, R. **A História Cultural: entre práticas e Representações**. Tradução de Maria Manuela Galhardo. Lisboa: Difel, 1990.

CHARTIER, R. O mundo como representação. Tradução A. Daher e Z. C. Reis. **Estudos Avançados**, v. 11, n. 5, p. 173-191, 1991. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ea/a/SZqvSMJDBVJTXqNg96xx6dM/?lang=pt>. Acesso em: 11 out. 2022.

DASSIE, Bruno Alves. **A matemática do curso secundário na Reforma Capanema**. 2001. 170 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

DIAS, André Luis Mattedi. **Engenheiros, Mulheres, Matemáticos: interesses e disputas na profissionalização da matemática na Bahia (1896 – 1968)**. 2002. 320 f. Tese (Doutorado em História Social) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

FREIRE, Inês Angélica Andrade. **Ensino de Matemática: iniciativas inovadoras no Centro de Ensino de Ciências da Bahia (1965-1969)**. 2009. 102 f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2009.

GHIRALDELLI JR., P. **História da Educação Brasileira**. São Paulo: Cortez, 2006.

GUIMARÃES, Henrique Manuel. Por uma matemática nova nas escolas secundárias – perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. *In: MATOS, José Manuel; VALENTE, Wagner Rodrigues (org.). A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos*. São Paulo: Zapt, 2007. p. 21-45.

LANDO, Janice Cássia. **Práticas, inovações, experimentações e competências pedagógicas das professoras de matemática no Colégio de Aplicação da Universidade da Bahia (1949-1976)**. 2012. 307 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2012.

LEMONS, Renato. **CONSTANT, Benjamin**. Disponível em: <https://cpdoc.fgv.br/sites/default/files/verbetes/primeira-republica/CONSTANT,%20Benjamin.pdf>. Acesso em: 11 mar. 2023.

LIMA, Eliene Barbosa et al. **O Cálculo Diferencial e Integral: uma análise das tentativas de sua escolarização**. (Projeto de pesquisa/2021), Edital Universal CNPq/MCTI/FNDCT n.º 18/2021.

LIMA, Eliene Barbosa; DYNNIKOV, Circe Mary Silva da Silva; VALENTE, Wagner Rodrigues. O cálculo diferencial e integral: uma análise das tentativas de sua escolarização. *In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 6., Florianópolis, 2022. **Anais [...]**. Florianópolis: UFSC, 2022. Disponível em: <https://desafioonline.ufms.br/index.php/ENAPHEM/article/view/16594>. Acesso em: 16 fev. 2023.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

ROXO, Euclides et al. **Matemática 2.º Ciclo, 3.ª Série**. 4. ed. São Paulo: Livraria Francisco Alves, 1955. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/135743>. Acesso em: 11 mar. 2023.

ROXO, Euclides. A Matemática e o Curso Secundário. *In*: VALENTE, Wagner Rodrigues (org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino de matemática no Brasil**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2004. p. 151-179.

SAVIANI, Demerval. **Política e Educação no Brasil**: o papel do Congresso Nacional na Legislação do Ensino. 4. ed. Campinas: Autores Associados, 1999. (Coleção educação contemporânea).

SILVA, Circe Mary Silva da. Limites: uma breve passagem nos livros brasileiros do Ensino Secundário. **ACERVO - Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP, [S. l.]**, v. 5, p. 1–25, 2023. Disponível em: <https://ojs.ghemat-brasil.com.br/index.php/ACERVO/article/view/87>. Acesso em: 23 ago. 2023.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Euclides Roxo e o movimento internacional de modernização da matemática escolar. *In*: VALENTE, Wagner Rodrigues (org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2004.

VEJA. São Paulo: Ed. Abril, Edição Especial, out. 1962. Disponível em: <http://veja.abril.com.br/historia/crise-dos-misseis/indice.shtml>. Acesso em: 15 jan. 2008.

FONTES PESQUISADAS

Centro de Memória da Faculdade de Educação da UFBA

CA/UBa. **Diários de classe da 3.ª série do Curso Científico**. Disciplina Matemática. Salvador, 1955a, 1956a, 1959a, 1960a.

CA/UBa. **Diários de classe da 3.ª série do Curso Clássico**. Disciplina Matemática. Salvador, 1955b, 1956b, 1959b, 1960b.

CA/UBa. **Histórico do Colégio de Aplicação Anexo à Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia**, 1965.