

CADERNOS ESCOLARES E CATEGORIAS PARA INVESTIGAÇÃO DA MATEMÁTICA ENSINADA

CUADERNOS ESCOLARES Y CATEGORÍAS PARA LA INVESTIGACIÓN DE LA MATEMÁTICA ENSEÑADA

Gabriela Regina Vasques Oruê¹

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9182-8599>

Luciane de Fatima Bertini²

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-0948-4745>

Submetido: 01 de dezembro de 2023

Aprovado: 12 de março de 2024

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo discutir categorias para investigação da *matemática ensinada* a partir de cadernos escolares. A compreensão do embasamento teórico acerca desse documento que se transforma em fonte por meio das interrogações traz à luz dois conceitos que são propostos como categorias de análise: disposição gráfica e tarefas escolares. Assim, a adoção da disposição gráfica como categoria de análise requer uma observação do modo de apresentação das tarefas escolares registradas nas páginas dos cadernos. Já o uso de tarefas escolares como categoria exige uma verificação de tudo que está registrado no espaço gráfico tridimensional do caderno escolar. Então, evidencia-se a disposição das tarefas escolares e se há uma organização própria para o registro delas, utilização de dispositivos de aprendizagem gráfica e tipos de tarefas escolares registradas. Portanto, as categorias propostas podem corroborar para a escrita dos saberes objetivados nos cadernos escolares, sobretudo, para investigação da *matemática ensinada*.

Palavras-chave: História da educação matemática; Tarefas Escolares; Disposição Gráfica.

RESUMEN

Este trabajo tiene como objetivo discutir categorías para la investigación de la *matemática enseñada* a partir de cuadernos escolares. La comprensión de la base teórica acerca de ese documento que se convierte en fuente a través de las preguntas saca a la luz dos conceptos que se proponen como categorías de análisis: disposición gráfica y tareas escolares. Así, la adopción de la disposición gráfica como categoría de análisis requiere una observación del modo de presentación de las tareas escolares registradas en las páginas de los cuadernos. Ya el uso de las tareas escolares como categoría requiere una verificación de todo lo que se registra en el espacio gráfico tridimensional del cuaderno escolar. Entonces se evidencia la disposición de las tareas escolares y se hay una organización propia para registrarlas, utilización de dispositivos de aprendizaje gráfico y tipos de tareas escolares registradas. Por lo tanto, las categorías propuestas pueden corroborar la escritura de los saberes objetivados en los cuadernos escolares, sobre todo, para la investigación de la *matemática enseñada*.

Palabras clave: Historia de la educación matemática; Tareas Escolares; Disposición Gráfica.

¹ Mestra em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência da Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP), Guarulhos, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Lino Jardim, 400, apto 62, Vila Bastos, Santo André, São Paulo, Brasil, CEP: 09041-030. E-mail: gabriela.vasques.orue@gmail.com.

² Doutora em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). Professora adjunta na Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP), Diadema, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Paim, 276, apto 2202, Bela Vista, São Paulo, SP, Brasil, CEP: 01306-010. E-mail: luciane.bertini@gmail.com.

INTRODUÇÃO

Os cadernos escolares são documentos que se transformam em fontes a partir das interrogações realizadas durante uma pesquisa histórica. A especificidade dos cadernos como fonte de pesquisa exige formas de leitura e de interpretação diferentes daquelas empreendidas com documentos oficiais e/ou produzidos com o intuito de publicação, como é o caso dos livros didáticos.

A exemplificar, os livros didáticos possuem sumário e uma sequência definida para a apresentação de seus conteúdos do ensino, os quais são postos de forma lógica, com encadeamento. Diferentemente nos cadernos, onde não há sumário com sequência pré-definida, os conteúdos do ensino aparecem e reaparecem inúmeras vezes, entre outros conteúdos, tendo assim uma outra sequência de apresentação.

Assim, as pesquisas com cadernos escolares devem levar em consideração tais particularidades na elaboração de categorias de análise e seu uso. A análise de um caderno escolar requer categorias que considerem essa sua anatomia particular que, inclusive, pode sofrer variação a depender do período histórico e lugar geográfico.

É também importante considerar nessa discussão teórica e metodológica, os objetivos das análises a serem realizadas, as questões de pesquisa que serão colocadas e os referenciais teóricos que guiarão a análise. Certamente essas opções poderão levar a diferentes caminhos metodológicos e ao estabelecimento de diferentes categorias de análise.

Nessa perspectiva, o presente artigo apresenta-se como um exercício teórico e metodológico que visa dar centralidade a procedimentos de análise de cadernos escolares com o objetivo de discutir saberes do ensino e da formação de professores e, de forma específica, discutir categorias de análise para a investigação da matemática presente nesses dois tipos de espaços: do ensino e da formação.

Para atingir tal objetivo apresenta-se, inicialmente, uma discussão teórica envolvendo os saberes do ensino e da formação a partir dos conceitos de *matemática ensinada*, e de *matemática do ensino*, e uma discussão metodológica sobre categorias de análise, já utilizadas, para a caracterização da *matemática do ensino* a cada tempo histórico. Na sequência, são apresentadas possíveis categorias para análise da *matemática ensinada*, considerando os cadernos escolares como fontes privilegiadas. O texto é finalizado com considerações relacionadas ao objetivo proposto.

MATEMÁTICA DO ENSINO E MATEMÁTICA ENSINADA COMO OBJETOS DE PESQUISA

Assume-se, neste texto, a ideia de *matemática ensinada* como “[...] aquela objetivada nos registros dos documentos escolares, resultante das relações estabelecidas no ambiente escolar e que ganha visibilidade por meio desses registros” (BERTINI, no prelo).

De acordo com Bertini (no prelo) essa caracterização tem referência nas compreensões de saber-objeto, apontadas por Charlot (2000), e de tarefa escolar na perspectiva apresentada por Gvirtz e Larrondo (2008). Assim, a *matemática ensinada* se refere a um saber que ganha forma de objeto por meio da linguagem escrita, mais especificamente em tarefas escolares resultantes das interações entre professores e alunos e registradas nas páginas do caderno escolar que é um espaço³ gráfico tridimensional.

Os cadernos escolares, considerados como produto e produtor da cultura escolar (GVIRTZ; LARRONDO, 2008) se destacam como fonte privilegiada para esse tipo de análise uma vez que guardam, em suas páginas, registros dessas tarefas. No entanto, é importante considerar que os cadernos, antes de se tornarem um objeto com registros do passado, participam como integrante da cultura escolar. Gvirtz e Larrondo (2008), por exemplo, destacam que o caderno gera efeitos na dinâmica da cultura escolar, nas interações, tarefas e avaliações; assim "o caderno não é apenas um objeto, não é somente um suporte de registro, mas sim um dispositivo de aprendizagem gráfica [...]" (PERES, 2017, p. 18), visto que a forma de apresentação do registro possui uma funcionalidade escrita.

A compreensão da *matemática ensinada* como objeto de pesquisa envolve, ainda, sua filiação às pesquisas que dão centralidade aos processos produtivos de saberes do ensino e da formação de professores a partir de tensões produtivas entre campos disciplinares, ciências da educação e campo profissional da docência (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017) e às pesquisas que nessa perspectiva dão centralidade ao caráter epistemológico desses saberes, analisando a matemática presente no ensino e na formação de professores em cada tempo histórico, conceituada como *matemática do ensino*⁴ (VALENTE; BERTINI, 2023).

³ O termo espaço gráfico tridimensional foi proposto por Hébrard (2001), o qual compreende o caderno dessa forma porque ele se apresenta a partir de um empilhamento de folhas, logo, possui três dimensões: comprimento, largura e espessura.

⁴ Para maior aprofundamento sobre a *matemática do ensino*, consultar a obra "A matemática do ensino: por uma história do saber profissional, 1870-1960" (VALENTE; BERTINI, 2021).

Nesse sentido, a *matemática ensinada* se configura com um dos elementos da *matemática do ensino*, uma vez que essa última envolve as relações que se dão entre os espaços do ensino e da formação de professores (BERTINI; VALENTE, 2021).

A partir dessas considerações, o objetivo do presente artigo pode ser descrito como: discutir categorias para investigação da *matemática ensinada* a partir de cadernos escolares.

O tratamento dado a esses conceitos como objetos de pesquisa envolve, ainda, pensar em como se daria seu processo de análise. Nesse sentido, em um estudo sobre a matemática do ensino de frações, Morais, Bertini e Valente (2021) apresentam algumas categorias de análise que poderiam contribuir no processo de caracterização epistemológica da *matemática do ensino* em diferentes momentos, são elas: sequência, significado, graduação e exercícios/problemas. De acordo com os autores, os resultados do referido estudo confirmam a potencialidade do uso dessas categorias e, portanto, indicam que elas poderiam ser tomadas como categorias de referência para a análise de livros didáticos e manuais pedagógicos.

Em linhas gerais os autores assim consideram cada uma das categorias: a sequência diz respeito ao lugar ocupado por cada conteúdo ou tema dentro de um rol de conteúdos matemáticos apresentados para cada série ou nível escolar; o significado envolve a forma como cada um dos conteúdos ou temas seriam apresentados inicialmente aos estudantes; a graduação diretamente ligada ao passo a passo a ser seguido pelo professor ao ensinar determinado conteúdo ou tema; e os exercícios/problemas utilizados no processo de ensino, que têm ligação com aquilo que se espera de resposta dos alunos em relação ao que foi ensinado.

Outros estudos deram continuidade a essa discussão colocando em destaque a graduação como elemento constitutivo da *matemática do ensino*. Ferreira (2022), ao investigar manuais pedagógicos indicados para a formação de professores em tempos de pedagogia científica, destaca a análise da graduação em uma perspectiva epistemológica como um elemento articulador entre o que e como ensinar e considera que ela, incorporada à cultura escolar, opera transformações nos saberes do ensino e da formação de professores que ensinam matemática.

Ainda, Valente (2023) reafirmando a graduação como um elemento para a análise da *matemática do ensino*, discute diferentes escalas possíveis: uma escala macro na qual a graduação se refere à ordem dos grandes temas da *matemática do ensino* (por exemplo, aritmética, geometria, álgebra, etc); outra escala referente aos níveis de ensino ou séries escolares; uma escala em nível mais restrito envolvendo a ordem em que são tratados os assuntos de um tema; e uma escala ainda menor referente ao passo a passo seguido para o estudo de um tema ou assunto.

No entanto, é preciso considerar que os referidos estudos tomaram como documento principal de análise livros didáticos e manuais pedagógicos. Tais documentos apresentam características próprias que envolvem: uma organização sistemática para orientar o ensino; uma preocupação com o usuário, sejam eles alunos ou professores, incluindo por vezes orientações para com seu uso; e cuidado gráfico e vinculação com propostas em circulação em cada tempo histórico visando sua adoção e/ou venda em maior escala.

Contudo, características diferentes estão presentes nos cadernos escolares: eles não contêm uma organização a priori para conduzir o ensino, pelo contrário, eles se constituem a partir de resultados da interação de ensino; por vezes concentram uma "miscelânea de orientações" (GIUSTI, 2020, p. 153), isto é, quando os conteúdos do ensino registrados nos cadernos correspondem, em certa medida, a mais de uma vaga pedagógica, ou a diferentes orientações pedagógicas.

Além disso, outra característica do caderno escolar que é distinta nos livros refere-se ao seu fazer gráfico, o qual se relaciona com a forma de ensinar e aprender e não com a comercialização. Embora os livros sejam usados com finalidades educativas, seu código de apresentação dos conteúdos possui também fins comerciais. A apresentação de um livro segue uma arquitetura que contempla de maneira compilada e compacta um rol de conteúdos. Os cadernos escolares, por outro lado, apresentam uma organização centrada na sequência de apresentação das tarefas aos alunos, permitindo muitas idas e vindas em determinados conteúdos ou temas.

Desse modo, de fato, os cadernos escolares não apresentam as mesmas especificidades que um livro didático ou manual pedagógico. Logo, as categorias até então elaboradas para a caracterização da *matemática do ensino* não conseguem contemplar de maneira geral todas as particularidades apresentadas em um caderno escolar, ainda que contribuam para sua análise.

Então, como analisar cadernos escolares no sentido de elaborar compreensões da *matemática ensinada* como elemento da *matemática do ensino*? Por conseguinte, surge outra questão que se estabelece como norteadora: quais categorias de análise para cadernos escolares podem ser propostas com intuito de investigar a *matemática ensinada*?

A fim de responder essa questão, na próxima seção, dois conceitos são apresentados como categorias para investigação da *matemática ensinada* a partir de cadernos escolares: disposição gráfica e tarefas escolares.

TAREFAS ESCOLARES E DISPOSIÇÃO GRÁFICA COMO CATEGORIAS DE ANÁLISE PARA CADERNOS ESCOLARES

Há um desafio comum na prática de investigar a matemática da cultura escolar pela análise de documentos históricos, uma vez que essa documentação precisa ser inventariada e, posteriormente, transformada em fonte. Conforme Le Goff (2013), os documentos são transformados em fontes por meio das interrogações realizadas de modo que os façam falar. Dessa forma, é uma prática complexa que requer apropriação do referencial teórico e instrumentos metodológicos que possibilitem o desenvolvimento da análise e discussão.

Tendo em vista essa complexidade presente na análise dos documentos, nesta seção, pretende-se apresentar uma proposta de categorias de análise para os cadernos escolares, vistos como documentos a serem transformados em fontes.

Como já destacado, o caderno escolar é compreendido como produto e produtor da cultura escolar que conserva o registrado em seu espaço gráfico tridimensional por meio das tarefas escolares resultantes das interações ocorridas entre professores e alunos em sala de aula (GVIRTZ; LARRONDO, 2008).

Desse modo, o espaço gráfico ganha destaque em pesquisas com cadernos escolares, uma vez que permite a observação do que foi registrado, e também a identificação de como a forma de registro se relaciona com as tarefas e com os conteúdos abordados.

Assim, nas próximas alíneas desta seção, pretende-se evidenciar disposição gráfica e tarefas escolares como categorias de análise para estudos com cadernos que envolvem a *matemática ensinada*. Para tanto, é fundamental apresentar uma discussão teórico-metodológica sobre tais conceitos, de maneira a evidenciar como podem ser usados enquanto categorias para analisar cadernos.

O caderno escolar, comumente, apresenta capa e folhas empilhadas em seu interior, sendo elas costuradas ou não. Trata-se de um dispositivo de aprendizagem gráfica (PERES, 2017), ou ainda, um suporte tridimensional (HÉBRARD, 2001), com espaço para registrar conteúdos escolares e também aprender uma organização gráfica espacial e temporal, que se modifica histórica e geograficamente.

O espaço gráfico do caderno envolve a organização da página, a qual pode apresentar margens que desenham espaços, folhas quadriculadas ou linhas, espaço entre palavras e pontuação, disposição das tarefas escolares, alternância das tarefas separadas por barras de ilustração, horizontais ou verticais, entre outras. Dessa forma, a organização da página traz à

luz um modelo de gestão do espaço gráfico tridimensional do caderno escolar, isto é, uma disposição do grafismo sobre a página, o que denominaremos aqui como disposição gráfica.

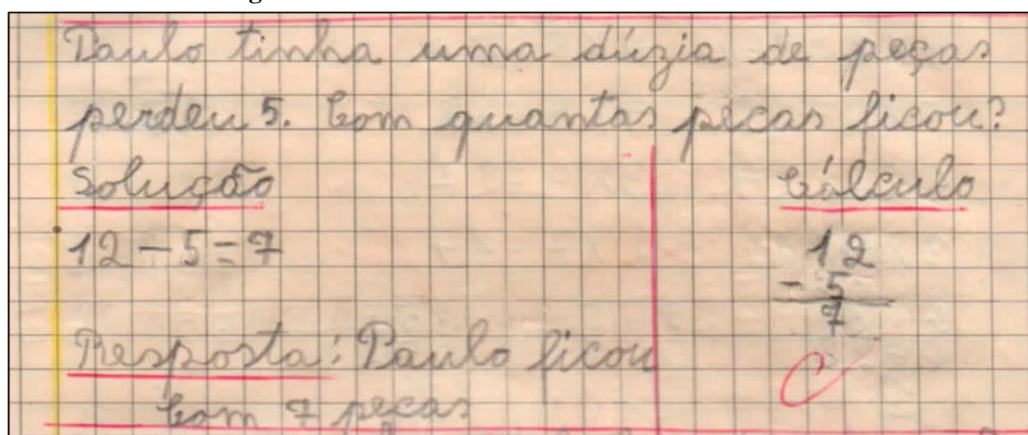
Assim, a disposição gráfica se relaciona ao modo de apresentação das tarefas escolares registradas nas páginas dos cadernos. Considerando que o caderno é um espaço gráfico tridimensional, conclui-se que o mesmo também é construído por um código de apresentação, cuja arquitetura evidencia os dispositivos didáticos utilizados como métodos de ensino e aprendizagem dos conteúdos escolares. Por isso, compreende-se a disposição gráfica como configuração da estrutura de apresentação e desenvolvimento de cada tarefa escolar.

A tarefa escolar, por sua vez, é definida como resultante das interações ocorridas entre professor e alunos durante as aulas (GVIRTZ; LARRONDO, 2008). Essas interações tomam forma por meio do registro, no qual se pode observar a tarefa escolar. A tarefa escolar está registrada no espaço gráfico tridimensional dos cadernos escolares e sua forma de registro pode envolver enunciados dos conteúdos, de seus temas ou de seus assuntos, com definições, notas ou observações e exemplos; os próprios exercícios para resolução dos estudantes; e avaliações.

Expostas as considerações sobre disposição gráfica e tarefas escolares, é importante exemplificar como tais conceitos podem ser usados para analisar cadernos escolares e, ainda, evidenciar sua relevância para a caracterização da *matemática ensinada*, estabelecendo relações com os elementos que contribuem para a caracterização epistemológica da *matemática do ensino*, ou seja, é importante apresentar como a sequência, significado, graduação, exercícios/problemas podem se relacionar com as categorias de análise propostas.

A seguir, apresenta-se um exemplo⁵ de análise considerando a disposição gráfica.

Figura 1 – Problema em um caderno da década de 1960



Fonte: Caderno de Gisela Hornburg (s.d., n.p.)

⁵ Este exemplo de problema está registrado no caderno escolar de Gisela Hornburg, a qual cursou o primário complementar entre os anos de 1961 e 1965, em Santa Catarina. Tal caderno foi objeto de análise de Oruê (2022; 2023).

O registro da tarefa na Figura 1 apresenta a seguinte organização: primeiro, sobre toda a linha reta ou quadriculada, é registrado o enunciado da tarefa escolar; depois, há uma divisão da página em duas colunas com tamanhos desiguais; na coluna larga, à esquerda, indica-se o título Solução e logo abaixo é feito o registro da operação com organização horizontal, de forma linear; já na coluna estreita, à direita, tem-se o título Cálculo e abaixo dessa parte ocorre o registro da operação com organização vertical e realizada na forma de conta armada; por fim, na última linha da coluna Solução, apresenta-se o título Reposta, no qual se registra uma resposta em conformidade com os termos dados pelo enunciado da tarefa escolar proposta.

Há uma organização específica para os problemas, que envolve uma exposição *sui generis* tanto para a proposta da tarefa escolar (enunciado) quanto para os elementos que compõem seu desenvolvimento (solução, cálculo e resposta). Essa configuração particular se refere à disposição gráfica. Nesse sentido, o uso desse conceito como categoria de análise pressupõe a observação da forma de apresentação das tarefas escolares.

Vale mencionar que esse tipo de organização⁶ para os problemas também foi observado por Hébrard (2000), com diferença na ordem de exposição dos elementos (solução e cálculo), na terminologia adotada e ausência escrita do termo referente a um dos elementos (resultado).

Para uma melhor visualização desse tipo de organização que envolve problemas, apresenta-se a Figura 2.

Figura 2 – Problemas em um caderno de 1893.

Um comerciante de vinho recebeu 200 litros de vinho de média qualidade. Para melhorá-lo, ele mistura 300 litros de vinho de melhor qualidade. De quantos litros de vinho misturado ele dispõe?	
Operações	Solução
$\begin{array}{r} 300 \\ + 200 \\ \hline 500 \end{array}$	$\text{Misturaram-se } 200\ell \text{ de vinho} + 300\ell \text{ de vinho} = 500\ell \text{ de vinho}$
O comerciante tem 500ℓ de vinho misturado	

Fonte: Adaptado de Hébrard (2000, p. 131)

⁶ Organização semelhante foi identificada por Bertini (2019) na análise de cadernos franceses utilizados entre 1890 e 1936.

A partir da Figura 2, na exemplificação de Hébrard (2000), é possível observar que tais elementos estão dispostos sobre a página do caderno escolar com ordenação contrária daquela apresentada pela Figura 1. Além disso, não se usa o termo cálculo nesse exemplo, mas, sim, operações. Ainda, não há indicação do termo resultado, mas esse elemento também se faz presente. Apesar dessas sutilezas, ambos são exemplos de uma disposição gráfica, pois apresentam uma organização específica para tarefas escolares do tipo problema.

Em vista disso, considera-se que a disposição gráfica também revela um modo de pensar os problemas. Os exemplos apresentados são registros de cadernos distintos, com uma distância superior⁷ a 60 anos entre eles e local de produção distinta, sendo o primeiro produzido no Brasil e o segundo elaborado na França. Embora sejam cadernos de diferentes períodos e localidades, há uma organização específica. Como efeito, entende-se que essa disposição gráfica evidencia o uso do caderno como um dispositivo de aprendizagem gráfica. Essa compreensão do caderno – como dispositivo – remete à Peres (2017), pois há finalidade de ensino para com esse tipo de escrita.

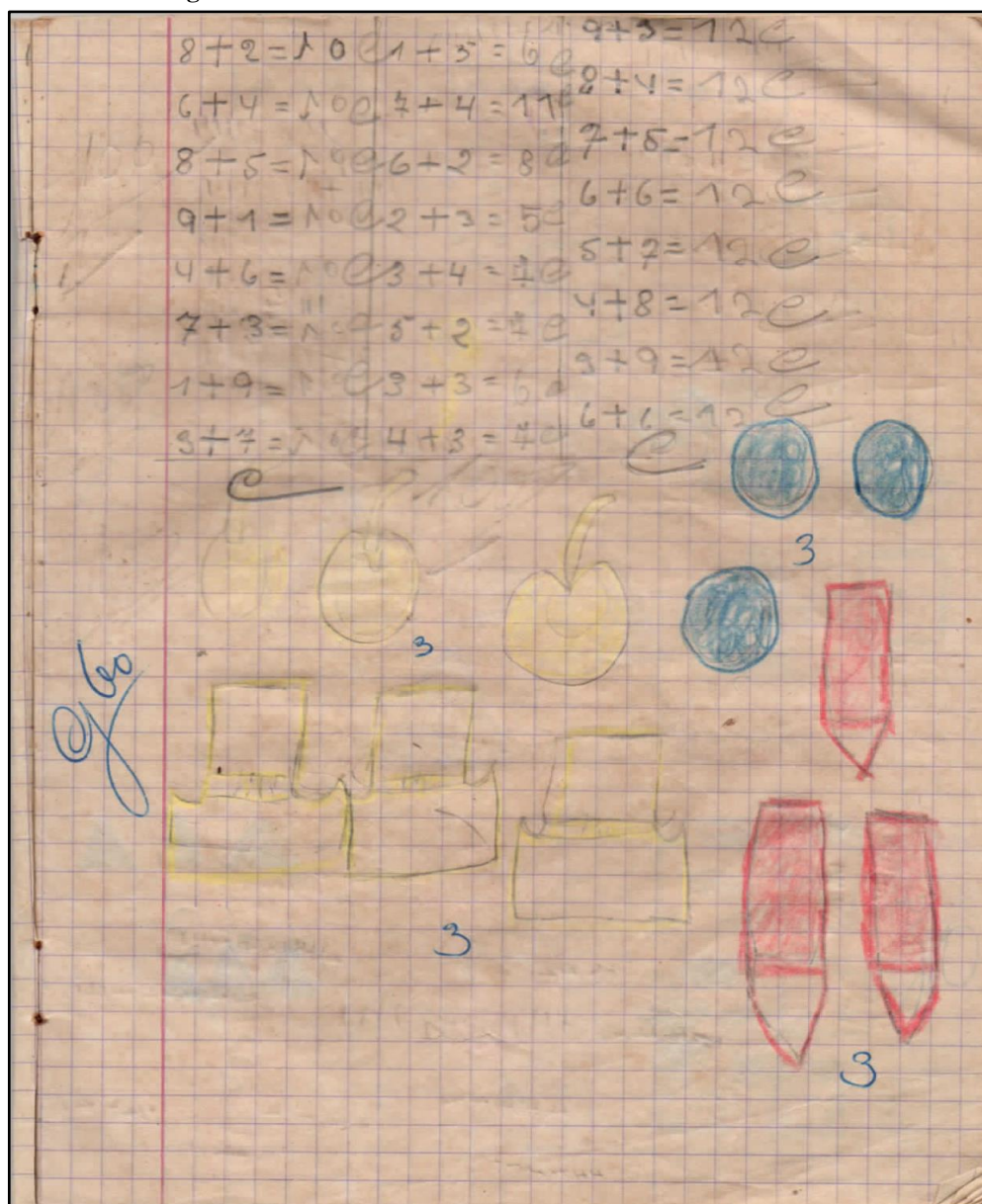
Assim, por meio do espaço gráfico, em particular da disposição gráfica, é possível observar a forma registrada e o desenvolvimento de cada tarefa escolar no caderno, bem como verificar se essa organização se repete para outras tarefas escolares, configurando-se num dispositivo didático para o ensino e aprendizagem.

A partir dessas considerações entende-se que a disposição gráfica tem relação com os saberes e, portanto, poderão contribuir na análise da *matemática ensinada*, uma vez que oferece elementos para a discussão epistemológica da matemática ali registrada. No exemplo dos problemas, seria possível construir interpretações sobre que matemática está envolvida no ensino de problemas, e de como a disposição gráfica define ou é definida por essa matemática.

Com relação à exemplificação do conceito de tarefas escolares, é importante destacar que elas estão registradas sobre as páginas de um determinado caderno escolar. Nesse sentido, os exemplos já apresentados para elucidar o conceito de disposição gráfica também correspondem às tarefas escolares, especificamente, às tarefas escolares do tipo problemas. Entretanto, considera-se importante apresentar outro exemplo a fim de melhor explorar as possibilidades de análise de tarefas escolares (Figura 3).

⁷ O caderno utilizado por Hébrard (2001) data o ano de 1893, enquanto o caderno de Gisela Hornburg foi produzido na década de 1960, entre 1961 e 1962 – sem datação definida. Assim, no mínimo, possuem uma diferença de 68 anos, isto é, superior a 60 anos.

Figura 3 – Tarefas escolares em um caderno da década de 1960

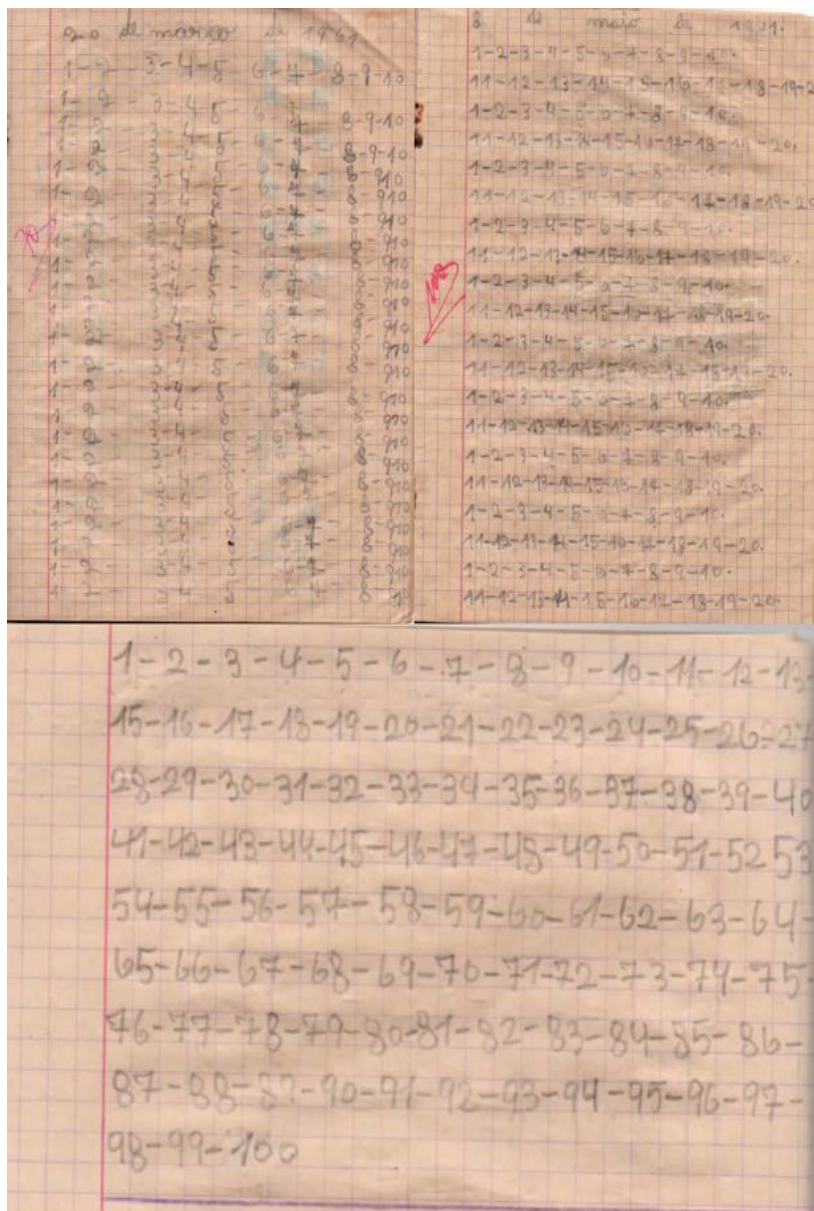


Fonte: Caderno de Gisela Hornburg (1961-1962, n.p.)

Na Figura 3, observa-se sobre a página quadriculada: operações; desenhos e números; e um visto com nota. No mesmo espaço gráfico, é possível identificar duas tarefas escolares. A primeira apresenta pequenas igualdades compostas de soma e dispostas em três colunas, na primeira e terceira colunas são propostas diferentes adições com mesmo resultado enquanto na segunda coluna são propostas somas de duas unidades com resultados diferentes. A segunda tarefa escolar envolve a associação entre símbolo e quantidade, a partir de registros pictóricos e do algarismo como representação do número. São tarefas escolares que colocam o aluno frente à adição e também introduzem a ideia de representação de uma dada quantidade (registrada por meio de desenhos de objetos).

Além disso, as tarefas escolares de um determinado conteúdo podem ser propostas de forma gradativa e seguindo uma sequência ordenada. Essa graduação do ensino pode ser observada no exemplo da Figura 4, colocada a seguir.

Figura 4 – Graduação em um caderno da década de 1960



Fonte: Caderno de Gisela Hornburg (1961-1962, n.p.)

Na Figura 4, nota-se que a escrita dos números de 1 a 100 não acontece de uma vez, visto que é possível observar uma sequência ordenada para o ensino desse conteúdo: primeiro, a escrita de 1 a 10, por repetição; depois, a escrita de 1 a 20 também de forma repetida; e, então, a escrita de 1 a 100. Como efeito, essa sequência se caracteriza como uma graduação do ensino do conteúdo numeração, uma vez que a escrita dos números é ensinada de forma gradual.

É importante destacar que essas tarefas escolares não são propostas em uma sequência ininterrupta, uma vez que aparecem registradas entre outros conteúdos, como as operações fundamentais da aritmética: adição, subtração, multiplicação e divisão; porém, tendo em vista uma melhor visualização da graduação do ensino desse conteúdo, optou-se por selecionar e recortar as tarefas que melhor evidenciam tal elemento. Todavia, ainda que intercaladas com outros conteúdos, essas tarefas escolares apresentam um encadeamento para o ensino da escrita dos números de 1 a 100, sobretudo, são propostas de forma gradativa, com uma sequência ordenada para seu ensino.

É válido mencionar que o ensino da numeração não ocorre isoladamente. Para exemplificar: ao passo em que as tarefas escolares da escrita dos números compreendem uma coleção maior de números, a adição também passa a envolver valores maiores em suas combinações. Assim, a adição que antes envolvia apenas valores unitários, compreendidos entre 1 e 9, passa a apresentar quantidades maiores, como o caso da soma entre duas dezenas.

Essa graduação pode ser observada não apenas nas tarefas escolares sobre numeração, mas também em outros conteúdos do ensino de Matemática, no ensino de um determinado conteúdo, ou ainda, no ensino dos temas ou assuntos contemplados por um conteúdo.

Nesse sentido, a análise das tarefas escolares traz à luz outros elementos da *matemática do ensino*, como graduação, significado e sequência, ainda que a sequência não seja como aquela que se pode encontrar em um livro didático ou manual pedagógico, nos quais cada conteúdo apresenta seus temas e assuntos de modo ordenado e sem interrupção. Do mesmo modo, essa categoria permite discutir o elemento exercícios e problemas, os quais se assumem neste trabalho como sendo tipos de tarefas escolares.

Dessa maneira, por meio das tarefas escolares, é possível observar o que está registrado no caderno escolar, a tipologia de cada tarefa escolar, verificar qual conteúdo matemático era ensinado, quais temas cada conteúdo ensinado envolvia e observar como tarefas escolares que envolvem um mesmo tema se relacionam. Para além disso, pelas tarefas, também se pode estabelecer relações com os elementos da *matemática do ensino* e, a partir das tarefas escolares, identificar a finalidade de um determinado conteúdo para a aprendizagem do aluno; e todos esses elementos contribuem na caracterização da *matemática ensinada*.

A discussão aqui apresentada, bem como a observação de diferentes pesquisas realizadas tendo cadernos escolares como fonte, permitem ainda, a organização de algumas questões norteadoras que poderiam ser utilizadas para o uso das categorias disposição gráfica e tarefas escolares para análise da *matemática ensinada* a partir de cadernos escolares.

No que se refere à disposição gráfica, seriam possíveis questionamentos como: De que forma a tarefa escolar está registrada no caderno? Quais elementos compõem a tarefa e como estão dispostos sobre as páginas do caderno? Há uma organização específica para determinados tipos de tarefas escolares? O modo de apresentação da tarefa escolar se mantém para outras tarefas do mesmo tipo? Qual cultura escrita essa disposição gráfica manifesta? Como a matemática afeta ou é afetada pela disposição gráfica?

Com relação às tarefas escolares, seriam possíveis questionamentos como: Que tipos de tarefas escolares estão registradas no espaço gráfico do caderno? Qual conteúdo matemático é ensinado aos alunos por meio dessa tarefa escolar? O que se introduz aos alunos por meio da tarefa escolar? O que se espera do aluno a partir da tarefa? Com que frequência cada tipo de tarefa é utilizado? Como as tarefas se relacionam entre si? Como a matemática afeta ou é afetada pelas tarefas escolares?

Destaca-se que essas sugestões de questionamentos são compreendidas como interrogações teórico-metodológicas que podem auxiliar na análise da *matemática ensinada* a partir dos cadernos escolares. Além disso, reitera-se a importância das perguntas, uma vez que são elas que os fazem falar: os cadernos escolares são transformados em fontes a partir das interrogações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os cadernos escolares são produtos e produtores da cultura escolar que conservam registros resultantes da interação entre professor e alunos por meio das tarefas escolares dispostas em suas páginas que, sobrepostas, originam o espaço gráfico tridimensional.

Trata-se de um documento importante para as pesquisas desenvolvidas na História da educação matemática, pois permite investigar a *matemática ensinada* em outrora, a qual é definida como um saber que se configura em objeto por meio das tarefas escolares registradas nas páginas dos cadernos.

À vista disso, este trabalho teve por objetivo discutir categorias para investigação da *matemática ensinada* a partir de cadernos escolares. Para isso, foi estabelecida a seguinte questão: quais categorias de análise para cadernos escolares podem ser propostas com intuito de investigar a *matemática ensinada*?

Considerando tudo que abrange a compreensão de cadernos escolares, dois conceitos são destacados como possíveis categorias de análise: disposição gráfica e tarefas escolares.

A disposição gráfica como categoria de análise pode evidenciar a existência de uma organização específica para determinados tipos de tarefas escolares, no caso, as tarefas não são registradas de qualquer forma, mas seguem uma configuração própria. Por conseguinte, permite a discussão de sua relação com métodos de ensino e com os saberes, isto é, disposição gráfica como dispositivo de aprendizagem gráfica afetando e sendo afetada pela matemática.

Já as tarefas escolares, por se configurarem como tudo que está registrado no espaço gráfico do caderno escolar, evidenciam os tipos de tarefas escolares propostas para os alunos. Desse modo, a investigação dessa categoria de análise revela não apenas o que se registrava, mas também o que se pretendia ensinar aos alunos, como esse ensino era organizado, e que matemática atende ou é constituída a partir dessas tarefas.

Com efeito, disposição gráfica e tarefas escolares são conceitos que muito dizem sobre a cultura escrita. Portanto, como categorias, corroboram para a escrita dos saberes objetivados nos cadernos escolares, sobretudo, para a investigação da *matemática ensinada*.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

BERTINI, L. F. A matemática ensinada na caracterização dos saberes do ensino e da formação de professores. In: IX Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, 2023, Setúbal, Portugal. *Anais...* No prelo.

BERTINI, L. F. Problemas de Aritmética: participação na marcha de ensino e na relação com a vida prática (cadernos de alunos franceses – 1890 a 1936). *Bolema*, v. 33, n. 64, p. 613-634. 2019. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a08>.

BERTINI, L. F.; VALENTE, W. R. Problemas aritméticos como elementos da matemática do ensino. *Cadernos CEDES*, v. 41, p. 230-238, 2021.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber**: elementos para uma teoria. Porto Alegre: Artmed, 2000.

FERREIRA, J. S. **A graduação como elemento constituinte da matemática do ensino**: uma análise da aritmética dos manuais pedagógicos (1933-1951). 2022. 133 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2022.

GIUSTI, B. L. **Cadernos de normalistas e a sistematização do saber profissional para ensinar aritmética no curso primário, década de 1950**. 2020. 196 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2020.

GVIRTZ, S.; LARRONDO, M. Os cadernos de classe como fonte primária de pesquisa: alcances e limites teóricos e metodológicos para sua abordagem. In: MIGNOT, A. C. V. (org.). **Cadernos à vista: escola, memória e cultura escrita**. Rio de Janeiro: EdUERJ, 2008. p. 35-48.

HÉBRARD, J. Por uma bibliografia material das escritas ordinárias: o espaço gráfico do caderno escolar. **Revista Brasileira de História da Educação**, v. 1, p. 115-141, 2000.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (org.). **Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores**. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 113-172.

LE GOFF, J. **História e memória**. São Paulo: Editora da UNICAMP, 2013.

MORAIS, R. S.; BERTINI, L. F. B.; VALENTE, W. R. **A matemática do ensino de frações: do século XIX à BNCC**. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

ORUÊ, G. R. V. O primeiro caderno escolar de Hornburg: análise sobre os registros de aulas de matemática. In: XX Seminário Temático Internacional. **Anais...** 2022.

ORUÊ, G. R. V. Elementos de uma matemática ensinada em cadernos do curso primário complementar. In: VII Congresso Iberoamericano de historia de la educación matemática. **Anais...** Costa Rica: UNA, 2023.

PERES, E. Cadernos escolares como fonte e objeto da História da Educação. In: RIOS, D. F.; BÚRIGO, E. Z.; FISCHER, M. C. B.; VALENTE, W. R. (org.). **Cadernos escolares e a escrita da história da educação matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 17-61.

VALENTE, W. R. Uma história da graduação dos saberes: elementos para análise da matemática do ensino. **Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemática**. v. 19, n. 43, 2023, p. 23-33.

VALENTE, W. R.; BERTINI, L. F. (org.). **A Matemática do Ensino: por uma história do saber profissional, 1870-1960**. São Paulo: Pontes Editores, 2023. Disponível em: <https://repositorio.unifesp.br/11600/70378>. Acesso em: 27 fev. 2024.

VIÑAO, A. Os cadernos escolares como fonte histórica: aspectos metodológicos e historiográficos. In: MIGNOT, A. C. V. (org.). **Cadernos à vista: escola, memória e cultura escrita**. Rio de Janeiro: EdUERJ, 2008. p. 15-33.