

A PRESENÇA DOS NÚMEROS COMPLEXOS NOS PROGRAMAS DE ENSINO DO COLÉGIO PEDRO II (1837-1929)

THE PRESENCE OF COMPLEX NUMBERS IN THE CURRICULA OF COLÉGIO PEDRO II (1837-1929)

Victor Negromonte Pereira¹

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9298-6636>

Paulo Roberto Castor Maciel²

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5558-8874>

Submetido: 24 de junho de 2024

Aprovado: 05 de fevereiro de 2025

RESUMO

O presente trabalho investiga a presença dos números complexos nos programas de ensino do Colégio Pedro II, entre 1837 e 1929. Utilizando uma perspectiva histórica e fundamentada na abordagem teórica de Chervel (1990), a pesquisa analisou programas de ensino e manuais didáticos adotados na instituição durante esse período. A metodologia envolveu a leitura exploratória de documentos, a construção de planilhas eletrônicas para organização dos dados e a análise comparativa entre os conteúdos programáticos e as obras didáticas. Os resultados revelaram duas abordagens para o estudo dos números complexos: uma associada à Aritmética, influenciada por Étienne Bézout, e outra à Álgebra, baseada no trabalho de Friedrich Gauss. Os números complexos foram consistentemente abordados na maioria dos programas entre 1850 e 1930, com exceção de alguns anos específicos. A perspectiva Aritmética enfatizava as operações com números complexos, refletindo a influência de Bézout, enquanto a perspectiva algébrica focava na resolução de equações, seguindo a perspectiva de Gauss. Nos manuais didáticos analisados, a perspectiva Aritmética buscava integrar os números complexos em um contexto prático, enquanto a perspectiva algébrica não explorava suficientemente a parte imaginária dos números complexos, restringindo a compreensão do conceito. A diferença nas perspectivas reflete a evolução do ensino matemático e a necessidade de uma compreensão mais holística dos números complexos no currículo educacional.

Palavras-chave: Ensino Secundário; Conteúdo; Matemática Escolar.

ABSTRACT

This study investigates the presence of complex numbers in the teaching programs of Colégio Pedro II, between 1837 and 1929. Using a historical perspective based on Chervel's theoretical approach (1990), the research analyzed teaching programs and textbooks adopted by the institution during this period. The methodology involved exploratory reading of documents, the construction of electronic spreadsheets for data organization, and a comparative analysis between program contents and didactic works. The results revealed two approaches for the study of complex numbers: one associated with Arithmetic, influenced by Étienne Bézout, and the other with Algebra, based on Friedrich Gauss's work. Complex numbers were consistently addressed in most programs between 1850 and 1930, with some specific exceptions. The arithmetic approach emphasized operations with complex numbers, reflecting Bézout's influence, while the algebraic approach focused on solving equations, following Gauss's perspective. In the analyzed textbooks, the arithmetic approach sought to integrate complex numbers into a practical context, whereas the algebraic approach did not sufficiently explore the imaginary part of complex numbers, limiting the understanding of the concept. The difference in approaches reflects the evolution of mathematical teaching and the need for a more holistic understanding of complex numbers in the educational curriculum.

Keywords: Secondary Education; Content; School Mathematics.

¹ Mestrando em Ciência Tecnologia e Educação pelo Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ), Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida Maracanã, 229, Maracanã, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, CEP: 20271-110. E-mail: victornegromonte25@gmail.com.

² Doutor em Ciência, Tecnologia e Educação pelo Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ). Professor Adjunto do Instituto de Educação de Angra dos Reis da Universidade Federal Fluminense (UFF), Angra dos Reis, RJ, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida do Trabalhador, 179, Jacuécanga, Angra dos Reis, RJ, Brasil, CEP: 23914-360. E-mail: prcastor@hotmail.com.

INTRODUÇÃO

A partir de uma análise dos programas curriculares de matemática (Brasil, 2018; Rio de Janeiro, 2012; São Paulo, 2021), identificamos conteúdos presentes desde 1931, inseridos com a Reforma Francisco Campos³, cujo principal objetivo foi a sistematização e a modernização do ensino secundário. Entre os conteúdos, destacam-se os números complexos⁴, um conjunto numérico formado por todos os números da forma $z = a + bi$, com $a \in \mathfrak{R}$, $b \in \mathfrak{R}$ e $i = \sqrt{-1}$, no qual a é a parte real e b é a parte imaginária.

Esta pesquisa propõe analisar a presença dos números complexos no currículo do Colégio Pedro II. Fundada em 2 de dezembro de 1837, data do aniversário do Imperador Dom Pedro II, a instituição surgiu da transformação do Seminário de São Joaquim⁵ em *Imperial Collegio Pedro II*, estabelecido pelo Decreto Imperial de 2 de dezembro de 1837. O colégio, recém-criado, dedicava-se à instrução secundária, focando não apenas na educação em letras e ciências, mas também na formação moral.

Em 7 de abril de 1831, o Brasil entrou em um Período Regencial com a abdicação do Imperador Dom Pedro I, pois Dom Pedro II, seu filho e sucessor, era menor de idade. Durante esse período, houve instabilidade social e política, com vários grupos lutando pelo controle do país. Inicialmente, a Regência Trina Provisória foi formada, mas logo substituída pela Regência Trina Permanente. Em 1834, o Ato Adicional à Constituição de 1824 criou as Regências Unas, permitindo a eleição de um único regente. Diogo Antônio Feijó⁶ foi o primeiro regente uno do Brasil, eleito em 1835. Por motivos de saúde e falta de apoio político, Feijó renunciou em 19 de setembro de 1837, sendo substituído pelo senador Pedro Araújo Lima⁷ (1793-1870), que

³ Reforma Educacional que ocorreu no governo de Getúlio Vargas e que teve como ministro da Educação e Saúde o mineiro Francisco Campos (1891-1968).

⁴ Os números complexos são uma expansão dos números reais e geralmente são utilizados para resolver equações polinomiais que não possuem soluções reais.

⁵ O seminário iniciou suas atividades em 8 de junho de 1739, com a fundação do abrigo dos órfãos de São Pedro, pelo Bispo do Rio de Janeiro na época, Dom Frei Antônio de Guadalupe. Sua criação tinha por objetivo o recolhimento de órfãos e pobres para formar trabalhadores e os que tivessem aptidão seriam designados ao trabalho eclesiástico. Os órfãos que estudavam no abrigo de São Pedro começaram a ser denominados seminaristas de São Joaquim, pois em 1758, Manuel de Campos Dias ergueu uma capela consagrada a São Joaquim no sítio que mais tarde seria locação do seminário.

⁶ Diogo Antônio Feijó (1784-1843) foi um filósofo, sacerdote católico, estadista brasileiro, deputado pelo estado de São Paulo nas legislaturas de 1826-1829 e 1830-1833, e assumiu o cargo de ministro da Justiça em 1831.

⁷ Fez as primeiras Letras (humanidades) em Recife e ali aprendeu latim, geometria e filosofia, bagagem com que se matriculou em 29 de outubro de 1813 na Universidade de Coimbra. Doutorou-se em Cânones (Leis) por aquela

indicou Bernardo Pereira de Vasconcelos⁸ como ministro de Justiça interino do Império. Vasconcelos foi crucial na conversão do Seminário no *Imperial Collegio Pedro II*, justificando a mudança devido ao desvio de seus fins originais da antiga instituição (Pinto, 2010).

Durante a fase imperial brasileira, Polon (2004) destaca que, entre 1837 e 1888, a instituição sofreu onze reformas curriculares, propostas por políticos do Ministério do Império, com objetivo de formar uma identidade para o Colégio, que recebia grande atenção do imperador. As modificações alternavam entre uma formação geral e humanista, e um ensino mais objetivo (Polon, 2004) refletindo um projeto imperial de civilização baseado em ideais europeus.

Entre 1837 e 1888, a duração do curso variou entre seis e sete anos, exceto em 1857, quando Pedro Araújo Lima propôs um curso de cinco a sete anos, com a opção de um Curso Especial de Formação Profissional, que conferia apenas um certificado de conclusão dos estudos secundários.

No período de 1890 a 1929, conhecido como República Velha, a instituição sofreu quinze modificações curriculares, cujo foco estava no ensino secundário como preparatório para o ensino superior (Polon, 2004). A duração do curso secundário permaneceu entre seis e sete anos, exceto em 1915, quando Carlos Maximiliano propôs um ensino de cinco anos.

Durante a República Velha, o curso secundário do Colégio Pedro II servia principalmente como passagem para o ensino superior, mantendo disciplinas tracionais e predominância dos estudos literários (Polon, 2004).

Pinto (2010) salienta que a Reforma Couto Ferraz de 1854 utilizou a experiência do Colégio Pedro II como exemplo para outros estabelecimentos de ensino secundário. As instituições privadas da época adotaram o mesmo currículo e funcionamento do Colégio, visando os exames preparatórios para ensino superior. Isso destaca a relevância da referida instituição para o ensino secundário brasileiro e a importância de seus programas de matemática, para estudos sobre conteúdos matemáticos da época.

Para localizar a presença dos números complexos na instituição escolar destacada, utilizamos a pesquisa de Beltrame (2000), que identificou todos os programas de matemática

universidade em 1819. Proprietário rural, jornalista, magistrado e senador. Pertenceu ao Conselho do Imperador D. Pedro II. Conselheiro de Estado a partir de 1842.

⁸ Nasceu em 27 de agosto de 1795, na Província de Minas Gerais, Vila Rica. Formou-se nos cursos de direito e filosofia pela Universidade de Coimbra. Concluiu o curso de direito no ano de 1819, e retornou ao Brasil, em 1820, com 25 anos. Iniciou-se na política após ser eleito deputado pela Província de Minas Gerais, em 1826. E faleceu no ano de 1850 aos 55 anos.

do Colégio Pedro II entre 1837 a 1932. O recorte cronológico de 1837 a 1929 foi escolhido, pois foi o período no qual os docentes tinham autonomia na construção dos programas da instituição. A partir de 1931, os programas seguiram a Reforma Francisco Campos.

Estudos como o de Braga (2006) e o de Silva (2021) abordam a introdução de conteúdos matemáticos nos currículos brasileiros, destacando a importância de considerar o contexto educacional nacional e internacional. Braga (2006) analisa a inserção do conceito de função, enquanto Silva (2021) investiga a evolução da Álgebra Linear no Ensino Médio brasileiro.

Verificamos uma lacuna na inserção dos números complexos nos programas de matemática do Brasil. Este trabalho visa destacar como os números complexos apareciam nos programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II e o que preconizavam em seu ensino. O objetivo geral é analisar como os números complexos estavam inseridos no Colégio Pedro II entre 1837 e 1929, pois, segundo Ferreira (2018), os números complexos podiam ser compreendidos, a depender do material utilizado, como dois assuntos diferentes na história do ensino de matemática. Queremos compreender essas temáticas e como elas apareciam nos programas e livros didáticos da época.

1-REFERENCIAL TEÓRICO

Este artigo realiza uma pesquisa numa perspectiva histórica da educação matemática fundamentada na abordagem teórico-metodológica de Chervel (1990), que propõe o estudo da História das Disciplinas Escolares. O referido autor considera as disciplinas como criações espontâneas da escola, e não meras simplificações de um saber científico.

Segundo Chervel (1990), uma das tarefas fundamentais do historiador de disciplinas escolares é a descrição e a análise dos conteúdos de ensino nos programas escolares. Ele destaca que essa análise é crucial para entender a vulgarização do conhecimento e seu impacto no ensino e na aprendizagem das disciplinas. Para o referido autor, a vulgarização é o processo pelo qual o conhecimento científico é simplificado e adaptado para ser mais acessível a um público mais amplo, o que pode, em alguns casos, resultar em distorções ou simplificações que comprometem a compreensão do assunto.

A História das Disciplinas Escolares confronta a história do ensino com as finalidades da escola, um tema complexo e sutil (Chervel, 1990). As finalidades são apresentadas em textos oficiais, discursos ministeriais, leis, decretos, programas, entre outros, e devem ser a primeira fonte a ser analisada para identificar os objetivos estabelecidos (Chervel, 1990). Em nossa

pesquisa, utilizamos os programas do Colégio Pedro II, pois são documentos oficiais que indicam o que deveria ser ensinado, representando assim as finalidades prescritas no passado.

No entanto, embora leis, decretos e programas sejam fontes essenciais para o estudo das disciplinas escolares, é igualmente crucial examinar os elementos da prática pedagógica para verificar se as diretrizes estabelecidas nesses documentos foram efetivamente implementadas no cotidiano escolar. Para isso, em nossa pesquisa, utilizaremos os livros didáticos adotados no Colégio Pedro II de 1837 a 1929, contrapondo-os aos documentos oficiais.

Os conteúdos escolares estão presentes nos programas de ensino, materiais didáticos e outros recursos utilizados pelos professores. Eles são concebidos como entidades *sui generis*, próprias da classe escolar, independentes, em certa medida, de toda realidade exterior à escola, e possuem uma organização, economia interna e eficácia que parecem derivar exclusivamente de sua própria história (Chervel, 1990).

Os passos adotados na investigação foram: 1) Apropriação dos conceitos apresentados por Chervel (1990); 2) Identificação dos programas de ensino por ano que mencionavam conteúdos relacionados aos números complexos, vinculados à Aritmética e à Álgebra, que estavam na dissertação⁹ de Beltrame (2000). Nessa etapa, inicialmente, efetuou-se uma leitura exploratória dos programas contidos na dissertação e, posteriormente, inferiu-se em qual das perspectivas os conteúdos se enquadravam; 3) Construção de planilhas eletrônicas com os dados obtidos; 4) Análise dos dados; 5) Identificação dos manuais adotados no Colégio Pedro II a partir de Beltrame (2000); 6) Obtenção¹⁰ dos livros por meio de repositórios digitais, bibliotecas e sebos; 7) Análise dos livros didáticos; e 8) Compreensão da maneira como os números complexos foram abordados nos programas e nas obras selecionadas.

Os critérios de seleção das fontes utilizadas na pesquisa foram: relevância histórica, representatividade, disponibilidade e qualidade documental. A relevância histórica visava consolidar a importância da temática dos números complexos no ensino de matemática. A representatividade foi garantida pela escolha dos programas e dos livros utilizados no Colégio Pedro II, que representavam as normas e as práticas educacionais relacionadas ao tema na instituição. A disponibilidade considerou a possibilidade de encontrar os documentos de forma remota, uma vez que a pesquisa ocorreu durante o período de confinamento devido à COVID-

⁹ Beltrame (2000) apresenta os programas e os livros didáticos de Matemática do Colégio Pedro II durante os anos de 1837 a 1932.

¹⁰ Nesta etapa, encontramos apenas seis livros mencionados por Beltrame (2000). Os nomes dos livros e seus respectivos autores serão apresentados na Seção 3 deste artigo.

19. A qualidade documental foi avaliada pela possibilidade de leitura e interpretação das informações contidas nas fontes selecionadas.

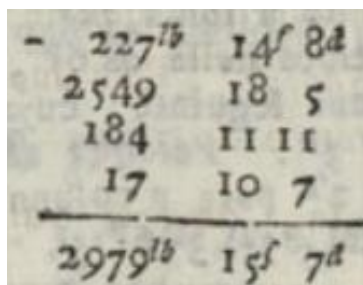
2-TRAJETÓRIA HISTÓRICA DOS NÚMEROS COMPLEXOS: DA ARITMÉTICA À ÁLGEBRA

Ferreira (2018) conduziu uma investigação histórica para explicar por que existem dois conteúdos com a mesma nomenclatura, mas que representam assuntos totalmente distintos os números complexos. A pesquisa revelou que a primeira perspectiva sobre essas quantidades está relacionada aos estudos do matemático francês Étienne Bézout e, posteriormente, aos do matemático alemão Carl Friedrich Gauss.

Analisando as investigações de Bézout, constatou-se, por meio de sua obra *Elementos de Arithmetica* (Bézout, 1784), que ele definia números complexos como compostos por diferentes espécies de unidades. Por exemplo, na moeda portuguesa antiga temos que 8 libras¹¹ é um número incompleto, enquanto 8 libras, 17 soldos e 8 dinheiros é um número complexo.

Bézout (1784) também abordou operações como soma, subtração, multiplicação e divisão entre números complexos. A seguir iremos apresentar algumas operações realizadas pelo referido autor.

Figura 1 - Soma de números complexos



The image shows a handwritten addition of four complex numbers in Portuguese currency units. The numbers are arranged in two columns. The first column contains 227 libras, 2549 libras, 184 libras, and 17 libras. The second column contains 14 soldos and 8 dinheiros, 18 soldos and 5 dinheiros, 11 soldos and 11 dinheiros, and 10 soldos and 7 dinheiros. A horizontal line is drawn under the second column, and the result is written below it: 2979 libras, 15 soldos, and 7 dinheiros.

-	227 ^{lb}	14 ^s	8 ^d
	2549	18	5
	184	11	11
	17	10	7
<hr/>			
	2979 ^{lb}	15 ^s	7 ^d

Fonte: Bézout (1784, p. 109)

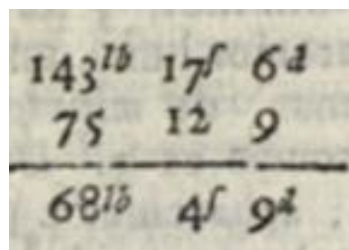
Na Figura 1, somam-se quatro parcelas: 227 libras, 14 soldos e 8 dinheiros; 2549 libras, 18 soldos e 5 dinheiros; 184 libras, 11 soldos e 11 dinheiros; e 17 libras, 10 soldos e 7 dinheiros, resultando em 2979 libras, 15 soldos e 7 dinheiros. Observa-se que a soma é feita ordenando-se os números e iniciando o processo de adição da direita para a esquerda. A soma dos dinheiros resulta em 31 dinheiros. Como 12 dinheiros equivalem a 1 soldo, 31 dinheiros são reescritos como 2 soldos e 7 dinheiros. Os 2 soldos são somados à coluna seguinte, resultando em 55

¹¹ Sabe-se que 1 libra valia 20 soldos, 1 soldo valia 12 dinheiros.

soldos. Como 20 soldos equivalem a 1 libra, 55 soldos são reescritos como 2 libras e 15 soldos. Assim, a soma final resulta em 2979 libras, 15 soldos e 7 dinheiros.

No segundo exemplo, apresentamos como Bézout realizava a subtração de números complexos.

Figura 2- Subtração de números complexos

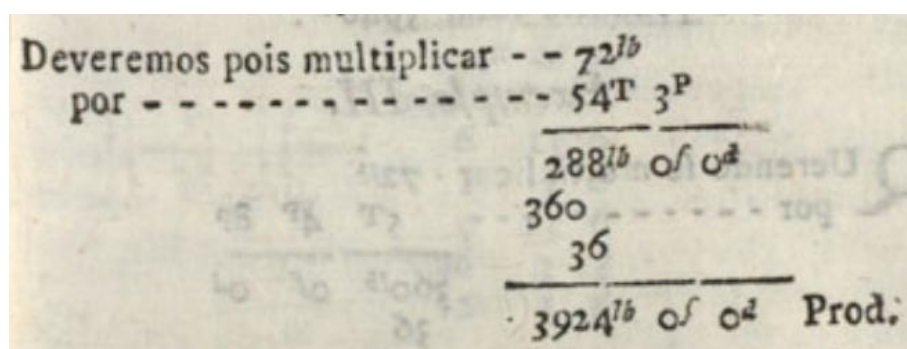


Fonte: Bézout (1784, p. 113)

Na Figura 2, subtraem-se 75 libras, 12 soldos e 9 dinheiros de 143 libras, 17 soldos e 6 dinheiros, resultando em 68 libras, 4 soldos e 9 dinheiros. Não é possível retirar 9 dinheiros de 6 dinheiros. Portanto, toma-se 1 soldo dos 17 soldos (equivalente a 12 dinheiros), somando aos 6 dinheiros, totalizando 18 dinheiros. Retirando 9 dinheiros, restam 9 dinheiros. Subtraindo 12 soldos dos 16 soldos restantes, obtêm-se 4 soldos. Finalmente, subtraindo 75 libras das 143 libras, obtêm-se 68 libras. Assim, o resultado da subtração é 68 libras, 4 soldos e 9 dinheiros.

Bézout (1784) apresenta um exemplo de multiplicação, no qual realiza a operação de um número complexo por um número incompleto. Assim, na Figura 3, observa-se a multiplicação de 54 toesas (T) e 3 pés (P) por 72 libras (lb).

Figura 3 – Multiplicação de um número incompleto por um número complexo



Fonte: Bézout (1784, p. 117)

Para realizar a operação na figura, multiplicam-se 72 libras por 54, conforme as regras usuais de multiplicação. Ressalta-se que 3 pés são iguais a 12 toesas. Logo, o produto de 3 pés vezes 72 libras é igual à metade de 72 libras, ou seja, 36 libras. O produto final é igual a 3924 libras.

Na divisão dos números complexos (Figura 4), deseja-se dividir 4783 libras, 3 soldos e 9 dinheiros por 87 toesas.

Figura 4 – Divisão dos números complexos

The image shows a handwritten long division problem. On the left, the dividend is written as 4783^{lb} 3^s 9^d. Below it, the divisor is 87^T. The division proceeds in three steps: first, 4783 is divided by 87 to get 54 with a remainder of 85; second, 85 is converted to 1703 shillings (85 x 20) plus the original 3 shillings, and 1703 is divided by 87 to get 19 with a remainder of 50; third, 50 is converted to 609 pence (50 x 12) plus the original 9 pence, and 609 is divided by 87 to get 7 with a remainder of 0. The final result is 54^{lb} 19^s 7^d.

Fonte: Bézout (1784, p. 123)

Primeiramente, dividem-se 4783 libras por 87, obtendo como quociente 54 libras e restando 85 libras. Como 1 libra equivale a 20 soldos, somam-se às 85 libras 1700 soldos (85x20) mais 3 soldos, totalizando 1703 soldos. Dividindo 1703 soldos por 87, obtêm-se 19 soldos como quociente e restam 50 soldos. Convertendo 50 soldos em dinheiros (50x12), totalizam-se 600 dinheiros. Somando 600 dinheiros aos 9 dinheiros do dividendo, obtêm-se 609 dinheiros. Dividindo 609 dinheiros por 87, o quociente é 7 dinheiros e o resto é zero. Portanto, o resultado final é 54 libras, 19 soldos e 7 dinheiros.

Ferreira (2018) afirma que o termo "números complexos" na perspectiva de Bézout foi utilizado em vários países, incluindo França, Inglaterra, Portugal, Brasil, Espanha e Itália. No entanto, na Alemanha, o termo não foi utilizado, o que permitiu a Gauss propor, em 1831, a nomenclatura "números complexos" para o conjunto numérico como o conhecemos hoje.

As técnicas para resolver equações evoluíram para uma teoria a partir dos séculos XVI e XVII, buscando fórmulas gerais para expressar suas raízes. Roque (2012) afirma que, na primeira metade do século XVII, as equações ganharam destaque na matemática, com Albert Girard e René Descartes sendo os primeiros a evidenciar a existência de raízes. Até o final do século XVIII, raízes negativas eram consideradas irrealis e não eram aceitas como soluções de equações.

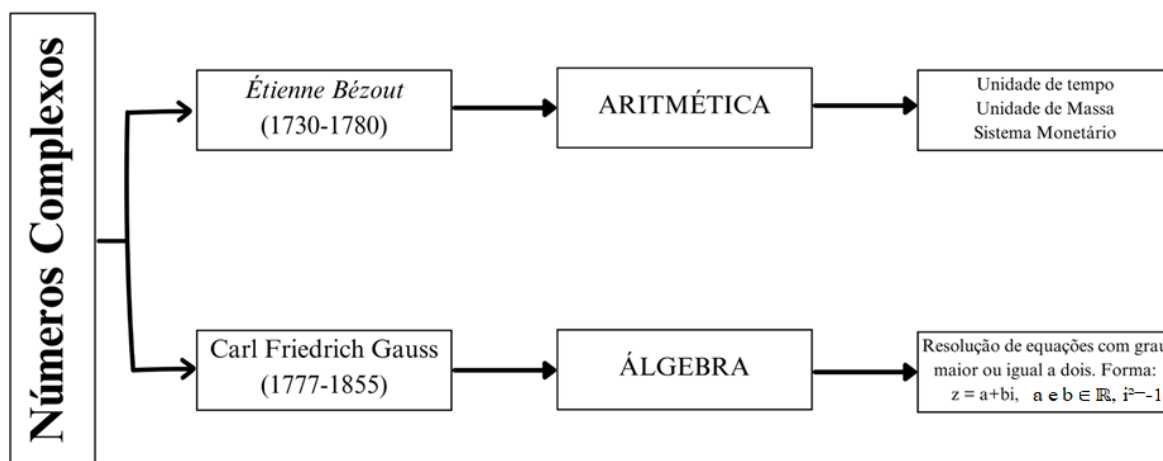
Devido à dificuldade de definir uma "cidadania matemática" para essas quantidades, os matemáticos usavam diversas nomenclaturas, como "falsas", "fictícias", "impossíveis" ou "imaginárias". A aceitação dessas quantidades pela comunidade matemática foi influenciada pelo fato de a geometria ser um dos pilares da matemática. Essa "cidadania" só seria

estabelecida quando os matemáticos conseguissem provar essas quantidades por meio de argumentos geométricos, baseados nos estudos de Euclides.

Somente no final do século XVIII e início do século XIX, os matemáticos começaram a propor diferentes representações geométricas para os números imaginários, o que levou à sua aceitação pela comunidade matemática. Três matemáticos fundamentais nessas representações foram o norueguês Caspar Wessel, o suíço Jean-Robert Argand e o alemão Friedrich Gauss. Gauss foi o primeiro matemático influente a defender publicamente essas quantidades, ajudando a estabelecer o termo "números complexos" e permitindo cálculos consistentes (Roque; Carvalho, 2012).

Para facilitar a compreensão das temáticas destacadas, foi criado um fluxograma (Figura 5) que apresenta os dois matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento dos números complexos, suas áreas de estudo e suas compreensões sobre essas quantidades.

Figura 5- Números complexos



Fonte: Elaborado pelos autores

Observa-se, portanto, que duas temáticas distintas recebiam a mesma nomenclatura. A primeira está relacionada à Aritmética, envolvendo operações entre grandezas, sistema monetário e unidade de tempo. A segunda está ligada à Álgebra, abordando a resolução de equações e representações trigonométricas e exponenciais.

3-OS PROGRAMAS DE ENSINO E OS MANUAIS DIDÁTICOS DO COLÉGIO PEDRO II

Historicamente, os matemáticos Étienne Bézout e Carl Friedrich Gauss definiram os números complexos de maneiras distintas. Para entender como essas definições foram

ensinadas no Colégio Pedro II entre 1837 e 1929, analisamos os programas de ensino e os manuais didáticos recomendados pela instituição.

Utilizando a dissertação de Beltrame (2000), examinamos os programas de ensino para identificar o ano em que os números complexos eram introduzidos, a série escolar correspondente e os tópicos abordados. A partir dessa análise, criamos dois quadros: um com os conteúdos segundo a perspectiva de Bézout (Quadro 2) e outro segundo a de Gauss (Quadro 3).

Em seguida, identificamos os manuais didáticos mencionados nos documentos e selecionamos aqueles que apresentavam os conteúdos sobre números complexos. Isso nos permitiu entender como os autores expunham esses conceitos.

Com base nas dissertações de Beltrame (2000) e Ferreira (2018) e no artigo de Lorenz e Vecchia (2004), compilamos uma lista¹² de livros utilizados no Colégio Pedro II desde sua fundação em 1837 até o início do século XX. Essa lista foi organizada no quadro a seguir:

Quadro 1: Livros referentes às perspectivas dos Números Complexos

LIVRO	AUTOR	ANO	PERSPECTIVA
Tratado Elementar de Arithmetica	SERRASQUEIRO	1926	BÉZOUT
Elementos de Arithmetica	OTTONI	1888	BÉZOUT
Tratado de Arithmetica	COQUEIRO	1860	BÉZOUT
<i>Cours de mathématiques: à l'usage des candidats à l'École polytechnique, à l'École normale supérieure, à l'École centrale des arts et manufactures</i>	COMBEROUSSE	1876	GAUSS
<i>Leçons d'algèbre : conformes aux programmes officiels de l'enseignement des lycées</i>	BRIOT	1891	GAUSS
Elementos de Algebra	OTTONI	1856	GAUSS

Fonte: Elaboração baseada em Beltrame (2000), Ferreira (2018); Lorenz & Vecchia (2004)

Analisamos esses manuais didáticos para compreender como os números complexos eram apresentados. Segundo Chervel (1990), a exposição de um conteúdo pode ser identificada através dos livros utilizados na época. A análise dos livros nos permitiu identificar a representação dos números complexos naquele período. No entanto, é crucial reconhecer o papel fundamental dos professores na transmissão e interpretação dos conteúdos (Chervel,

¹² Identificamos um número maior de livros, no entanto, os livros do quadro 1 são aqueles que conseguimos encontrar um exemplar para analisar.

1990). Essa ação seria evidenciada por meio da análise de livros, planos de aula e outros documentos. No entanto, devido à pandemia de 2020, a pesquisa limitou-se em analisar os livros adotados no Colégio Pedro II.

No quadro 2, a seguir, são exibidos os números complexos na perspectiva do matemático Étienne Bézout. Ao analisarmos os programas de ensino do Colégio Pedro II, observou-se que os termos utilizados para referirem-se a essas quantidades foram: números complexos, operações com números complexos, metrologia e números complexos. Frisa-se que essa perspectiva se relaciona com a Aritmética.

Quadro 2 - Números complexos na perspectiva de Bézout

ANO(S)	SÉRIE	ASSUNTO
1850	Quinto ano	Adição, multiplicação e divisão dos números complexos
1854/1855	Quinto ano	Multiplicação e divisão dos números complexos
1856	Primeiro Ano	Números complexos: operações sobre os números complexos
1858/1860/ 1862/1870	Segundo ano	Números complexos: operações sobre os números complexos
1877	Quarto ano	Metrologia e operações sobre os números complexos
1879	Primeiro ano	Metrologia e operações sobre os números complexos
1893	Primeiro ano	Metrologia e números complexos
1897/1898/ 1899/1901	Primeiro ano	Metrologia - diversos systemas de pesos e medidas, Números complexos e metricos decimais
1912	Primeiro ano	Systema metrico, complexos
1915	Segundo ano	50ª lição Numeros complexos. Operações sobre os numeros complexos. Transformações diversas dos numeros complexos. Primeira transformação: reduzir um numero complexo a unidades do menor submultiplo. Segunda transformação: dos submultiplos (ou dos multiplos inferiores) de um numero complexo extrahir os multiplos superiores. 51ª lição Adição de numeros complexos. Subtração de numeros complexos. 52ª lição Multiplicação de numeros complexos. 53ª lição Divisão de numeros complexos. Os numeros complexos e o systema metrico. Exercicios e problemas sobre numeros complexos.
1919	Primeiro ano	Números complexos: operações. Estudo especial e minucioso das medidas inglezas.
1923	Segundo ano	Estudo completo do systema inglez. Os números complexos: redução de complexo a incompleto e vice-versa. As quatro operações. Exercicios somente com as unidades de tempo, de angulo e com as medidas inglesas.
1926/1928	Primeiro ano	Numeros complexos; redução de complexo a incompleto e vice-versa. As quatro operações. Exercicios sómente com as undiades de tempo, de angulo e com as unidades inglezas. Conversão destas em unidades metricas e viceversa.
1929/1930	Primeiro ano	Operações com os numeros complexos, unidade de tempo. Moeda ingleza.

Fonte: Elaboração baseada em Beltrame (2000)

Por meio do quadro, conclui-se que a temática relacionada aos números complexos, na perspectiva de Bézout, é apresentada nos programas pela primeira vez em 1850, sendo abordada no quinto ano. Como afirma Ferreira (2018), “o ensino dos números complexos consta na maioria dos programas do colégio Pedro II de 1850 a 1930 (com exceção dos programas de 1881, 1882, 1892, 1895 e 1901). Até 1879 (inclusive), os números complexos constavam em todos os programas de ensino do colégio” (Ferreira, 2018, p. 28). O objetivo era o estudo das operações entre números complexos, mas observa-se que, ao longo dos anos, houve variação nas séries de abordagem dos conteúdos.

Durante os anos de 1923, 1926 e 1928, a temática dos números complexos estava relacionada às unidades de tempo, de ângulo e de medidas inglesas. De acordo com Ferreira (2018): “Conforme o Programa de 1928, a Matemática continua presente nos quatro primeiros anos de curso, com a mesma distribuição. Os complexos e o sistema métrico decimal continuam no 1º ano...” (p. 27). Logo, o ensino dos números complexos, por meio dos estudos do matemático Bézout, apareceu na maioria dos programas analisados, preconizando o estudo das operações entre os números complexos.

Com o objetivo de compreender como os manuais didáticos apresentavam essas quantidades, analisamos as três obras listadas a seguir: *Tratado Elementar de Arithmetica* (Serrasqueiro, 1926), *Elementos de Arithmetica* (Ottoni, 1888), e *Tratado de Arithmetica* (Coqueiro, 1860). Observamos que os manuais são indicados para o estudo da Aritmética. Examinamo-los para compreender como foi feita a exposição do assunto em questão e, sobretudo, confirmar se esses conteúdos referem-se à mesma temática ou não.

Serrasqueiro (1926) dividiu sua obra em seis livros, dedicando-se no terceiro livro aos números fracionários ordinários, decimais e complexos. O autor define um número complexo como: “que se refere a uma unidade principal e suas subdivisões, que não procedem de dez em dez” (Serrasqueiro, 1926, p.12), como, por exemplo, três anos, quatro meses e cinco dias. Ele define como número incomplexo “o que se refere somente a uma espécie de unidade” (Serrasqueiro, 1926, p.12), por exemplo, três anos. Posteriormente, o autor aborda as operações de soma, subtração, multiplicação e divisão, explicando como se efetuam essas operações com números complexos e incomplexos.

Ottoni (1888) apresenta os números complexos no terceiro capítulo de sua obra, após a temática de frações. Segundo Ottoni (1888), define-se como número complexo aquele “que consta de partes, cada uma exprimindo as unidades diversas que resultam da divisão de uma unidade principal” (Ottoni, 1888, p. 92). Como exemplo, apresenta-se o número $7^v 3^p 9^p$ ou 7 varas, 3 palmas e 9 polegadas. Os números “que se referem a uma só unidade, como 27 dias,

22 braças” (Ottoni, 1888, p. 92) denominam-se números incomplexos. Concluídas as definições, o autor aborda as operações de soma, subtração, multiplicação e divisão dessas quantidades.

O último livro analisado é o de Coqueiro (1860), ele é dividido em dois capítulos: no primeiro, trata-se do sistema métrico; no segundo, são abordados temas acerca do sistema de pesos e medidas, os números complexos e uma comparação entre os sistemas francês e brasileiro de medidas.

Coqueiro (1860) define como número complexo: “números concretos que encerra diferentes especies de unidades, dependentes uma das outras segundo uma lei determinada chamão-se números complexos; assim, $8^{liv} 3^{onç} 7^{oit}$ e $1^{var} 3^{pal} 7^{pol}$ são números complexos” (p. 205). É possível identificar que, diferentemente dos outros dois autores, Coqueiro (1860) não define o que seria um número incomplexo. Posteriormente, Coqueiro (1860) aborda como proceder às operações de soma, subtração, multiplicação e divisão de números complexos.

Feita a exposição dos livros, observa-se que os autores abordam, definem e operam os números complexos de modo similar àquele feito pelo matemático francês Étienne Bézout em sua obra *Elementos de Arithmetica* (1784). Em todas as obras, o conteúdo é abordado após a apresentação da temática de frações e em concomitância com a exposição do sistema de pesos e medidas da época.

Assim como na obra de Bézout, os manuais brasileiros analisados apresentam, primeiramente, o sistema de pesos e medidas, seguido da definição de número complexo. Posteriormente, exceto no livro *Tratado de Arithmetica* (Coqueiro, 1860), é apresentada a transformação de um número complexo em um número incomplexo e vice-versa. Finalmente, são expostas as operações de soma, subtração, multiplicação e divisão dessas quantidades.

Compreende-se, portanto, que a perspectiva dada aos números complexos está ligada aos estudos do matemático francês Étienne Bézout, referindo-se aos números compostos pela unidade e suas subdivisões. Em seus estudos, foi preconizada a definição dos números complexos e incomplexos, bem como os procedimentos para as operações de soma, subtração, multiplicação e divisão dessas quantidades. Destaca-se que essas operações estavam ligadas à área de Aritmética.

Chervel (1990) destaca que devemos realizar a pesquisa no âmbito das disciplinas escolares observando os objetivos fixados e as práticas pedagógicas. No caso desta perspectiva, constatamos uma grande afinidade entre o que estava planejado nos programas e a exposição de ensino nos livros didáticos.

O próximo quadro apresenta o ano do programa de ensino, a série de abordagem e os assuntos preconizados sobre a temática de números complexos a partir dos estudos do matemático Gauss. Os termos associados aos números complexos nessa perspectiva foram: números imaginários e equações. Destaca-se que, as ideias estavam relacionadas com o aparecimento dos imaginários na resolução de equações; por isso, tais conteúdos foram listados no quadro 3.

Quadro 3¹³ - Números complexos na perspectiva de Gauss

ANO(S)	SÉRIE	ASSUNTO
1850/1851	Quinto Ano	Equações puras do segundo grau, equações completas do segundo grau.
1854/1855	Quinto Ano	Equações incompletas do segundo grau, equações completas do segundo grau.
1856	Segundo Ano	Equações do segundo grau, resolução das equações do segundo grau a uma só incógnita. Relação entre os coeficientes e as raízes da equação completa do segundo grau. Valores Imaginários.
1858/1860 /1862	Terceiro Ano	Equações, Equações idênticas, numéricas e literais. Grau de equações, Resolução das equações do segundo grau a uma só incógnita.
1870	Terceiro Ano	Equações, equações idênticas, numéricas e literais. Grau das equações
1870	Quarto Ano	Resolução das equações do segundo grau de uma só incógnita
1877	Quarto Ano	Equações, resolução dos problemas. Resolução e princípios propriedades da equação do segundo grau a uma incógnita
1879	Terceiro Ano	Equações. Resoluções e principais propriedades da equação do segundo grau a uma incógnita
1881	Terceiro Ano	Equações, resolução de problemas
1882	Terceiro Ano	Equações do segundo grau a uma incógnita
1892	Primeiro Ano	Resolução e composição da equação do 2º grau. Discussão, tudo a uma incógnita. Equações redutíveis ao 2º grau.
1892	Terceiro Ano	Equações do segundo grau a uma incógnita. Discussão dos problemas e equações do segundo grau a uma incógnita
1893	Segundo Ano	Resolução, composição e discussão da equação do segundo grau a uma incógnita
1895	Segundo Ano	Resolução, composição e discussão da equação do segundo grau com uma variável
1897	Segundo Ano	Discussão das equações do segundo grau a uma incógnita. Equações redutíveis ao segundo grau.
1897	Quarto Ano	Raízes Imaginárias
1898	Terceiro Ano	Discussão das equações do segundo grau a uma incógnita. Equações redutíveis ao segundo grau. Equações irracionais
1899	Terceiro Ano	Resolução, composição e discussão e equação do segundo grau a uma incógnita. Problemas. Expressões imaginárias. Equações redutíveis ao segundo grau.
1912	Terceira Série	Equações do 2º grau isoladas e simultâneas. Problemas do 2º grau
1915	Terceiro Ano	Equações do segundo grau a uma incógnita
1919	Segundo Ano	Equações do segundo grau, Dos números imaginários. As operações e interpretação geométrica
1923	Terceiro Ano	As equações do segundo grau. Resolução. Discussão. Raízes Imaginárias. Equações Biquadradas
1926	Terceiro Ano	Equações do segundo grau, raízes imaginárias

¹³ Utilizamos a ortografia original dos programas de ensino.

1928	Terceiro Ano	Equações do segundo grau, Imaginários do segundo grau
1929	Terceiro Ano	Números imaginários, definição, soma, subtração, multiplicação, divisão de imaginários. Imaginários conjugados. Propriedades. Equações do segundo grau
1929	Sexto Ano	Números Imaginários

Fonte: Elaboração baseada em Beltrame (2000)

Mediante os dados expostos, verificamos que a temática relacionada a números complexos aparece inicialmente no programa do ano de 1856, embora não de forma explícita. Pelos assuntos, poderia ou não ser abordada. Constatamos que, por meio dos conteúdos expostos, seu ensino está ligado à área de Álgebra.

Compreendemos que essas quantidades estavam diretamente ligadas à resolução de equações polinomiais do segundo grau. Ao longo dos anos, é possível identificar uma modificação na abordagem. Nos anos de 1858, 1860, 1862, 1870, 1879, 1881, 1882, 1892, 1898, 1899, 1912, 1915, 1923, 1926, 1928, 1930 e 1931, por exemplo, seu ensino era dado no terceiro ano do curso.

Ressaltamos que, apenas em 1929, o programa de ensino tratava das operações dos números complexos, sua definição e o conjugado dessas quantidades, fato que ocorre apenas nesse programa. Em todos os outros, sua aparição estava diretamente relacionada à resolução de equações polinomiais do segundo grau. Ao longo dos anos, constatou-se que não havia uma terminologia específica para esse tipo de números complexos; os termos utilizados para mencionar tal temática foram: valores imaginários, números imaginários e raízes imaginárias. Nos programas, percebe-se que os temas explícitos a essa perspectiva oscilaram, aparecendo ou não.

Os livros analisados foram: *Elementos de Algebra* (Ottoni, 1879), *Cours de mathématiques: à l'usage des candidats à l'École polytechnique, à l'École normale supérieure, à l'École centrale des arts et manufactures* (Comberousse, 1876), *Leçons d'algèbre: conformes aux programmes officiels de l'enseignement des lycées* (Briot, 1891).

Ottoni (1879) dividiu sua obra em seis capítulos. Voltaremos nossa atenção para o capítulo II, intitulado “Problemas do Primeiro Grau” (Ottoni, 1879, p. 44), no qual são abordadas as “soluções negativas dos problemas; teoria das quantidades negativas” (Ottoni, 1879, p. 67). O autor afirma que, em Álgebra, “muitas vezes se discorre e se combinam expressões que realmente não significam quantidade alguma; símbolos representando operações inexequíveis” (p. 74).

Posteriormente, Ottoni (1879) apresenta expressões do tipo $\sqrt{-3}, \sqrt{-a}$ intituladas expressões imaginárias. Segundo o autor, essas expressões não representam quantidade alguma, porém “estas fórmulas, incluindo símbolos de operações inexequíveis, sendo sujeitas aos processos ordinários, algumas vezes se modificam e conduzem a resultados verdadeiros, que por outros meios podem verificar-se” (Ottoni, 1879, p. 75).

Comberousse (1876) destaca que “A raiz quadrada de uma quantidade positiva tem sinal duplo. Temos $\sqrt{4} = \pm 2$ porque +2 ou -2 ao quadrado reproduz 4” (p. 468, tradução nossa). Entretanto,

A raiz quadrada de uma quantidade negativa não é capaz de qualquer expressão positiva ou negativa: é uma quantidade imaginária. $\sqrt{-4}$ é uma quantidade imaginária. Podemos escrever $\sqrt{4 \times -1}$. Se concordarmos então em aplicar às expressões desta forma as mesmas regras de cálculo que aos radicais quadrados que cobrem quantidades positivas, podemos extrair separadamente a raiz de cada factor e colocar $\sqrt{4 \times -1} = \sqrt{4} \times \sqrt{-1} = \pm 2\sqrt{-1}$ (Comberousse, 1876, p. 468, tradução nossa)

O autor afirma que “podemos assim sempre reduzir o sinal de imaginária ao símbolo $\sqrt{-1}$. Este símbolo é geralmente representado pela letra i . Nós fizemos $\sqrt{-4} = \pm 2i$ ” (Comberousse, p.468, tradução nossa). Destacamos que um fato importante é a adoção da unidade imaginária no livro do Comberousse. Assim, considerava-se $\sqrt{-1} = i$.

Por fim, Briot (1891), no terceiro capítulo do seu manual intitulado *Résolution des équations du second degré* (p. 167), afirma que a equação $x^2+px+q=0$ pode ser escrita na forma $\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \frac{p^2}{4} - q$, cuja a quantidade $\frac{p^2}{4} - q$ pode ser positiva, negativa ou nula. E quando essa quantidade for nula, a equação terá raízes imaginárias.

Briot (1891) diz que, dada a equação $x^2=A$, sendo A um valor positivo, ela possuirá duas raízes, assim: $x = \pm\sqrt{A}$. Porém, quando essa quantidade A expressa um número negativo:

[...] como não existe nenhum número, positivo ou negativo, cujo quadrado seja igual a A, é impossível satisfazer a equação. No entanto, a fórmula fornece valores imaginários que satisfazem a equação, se concordarmos em olhar para o símbolo \sqrt{A} como tendo sempre seu quadrado igual a A, independentemente do valor de A, positivo ou negativo. Então dizemos que a equação $x^2 = -A$ admite as duas soluções imaginárias $x = \pm\sqrt{-1}$ (Briot, 1891, p. 174, tradução nossa)

Em seguida, o autor afirma que a raiz $\sqrt{-1}$ é representada pelo símbolo i , assim temos $x = \pm\sqrt{-1} = \pm i$. Como exemplo, é representada a equação $x^2 = -9$, que admite duas raízes imaginárias: $x = \pm\sqrt{-9}$. Pensando na quantidade $\sqrt{-9} = \sqrt{9 \times (-1)}$, temos $\sqrt{9} \times \sqrt{-1}$. Como a raiz $\sqrt{-1}$ é representada por i e $\sqrt{9} = 3$, logo as raízes da equação dada são $x = \pm 3i$.

Desse modo, por meio dos manuais didáticos expostos, observa-se que a temática de números complexos foi apresentada de modo assíduo, conforme exposto pelo matemático alemão Carl Friedrich Gauss. Os autores expuseram os conteúdos de modo similar em suas obras. Nota-se que o aparecimento dessas quantidades ocorria concomitantemente com a temática de equações polinomiais de grau maior ou igual a dois e radicais com índice par e radicando menor que zero.

Identificou-se que a obra *Elementos de Algebra* (1879) de Cristiano Benedito Ottoni foi a única a não utilizar a unidade imaginária defendida por Gauss, sendo $i = \sqrt{-1}$. Nela, Ottoni apenas utiliza a nomenclatura "símbolos imaginários", entre outras, mas não faz menção a essa unidade. Um fato importante a ser destacado é que nenhuma das obras analisadas expõe tais quantidades fazendo menção à sua abordagem geométrica.

Por meio dos manuais didáticos analisados, identificamos que os números complexos tiveram exposições distintas e que essas abordagens estavam presentes nos programas de ensino do Colégio Pedro II. O tratamento dado a essas quantidades estava ligado à maneira como foram definidas e apresentadas pelos estudos do matemático alemão Carl Friedrich Gauss. Esse tratamento estava relacionado às raízes de equações polinomiais de grau maior ou igual a dois e às raízes com índice par e radicando negativo. Nessa perspectiva, essas quantidades estavam associadas a conteúdos relacionados à Álgebra.

Constatou-se, por meio da análise dos programas de ensino e dos livros didáticos, que os números complexos na perspectiva de Gauss foram abordados de forma mais sucinta, e sua aparição nos livros didáticos estava condicionada à temática de equações. Notamos que essa perspectiva ainda não estava totalmente formalizada no meio escolar. A temática ficou restrita aos itens iniciais relacionados às raízes negativas que apareciam em equações. Para identificarmos tal perspectiva, foi necessário utilizar tanto os programas quanto os livros responsáveis pela exposição. Tal mecanismo, evidenciado por Chervel (1990) para analisarmos as disciplinas e os conteúdos escolares, é importante para compreendermos com clareza as transformações pelas quais uma disciplina passa ao longo dos anos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como objetivo geral analisar a presença dos números complexos nos programas do Colégio Pedro II, durante o período de 1837 a 1929. Para isso, utilizamos como fonte os programas de ensino da referida instituição. Esses documentos foram mobilizados por meio da dissertação de Beltrame (2000). Observou-se, por meio da análise dos programas, que os números complexos tratavam de dois assuntos completamente diferentes. A

primeira aparição estava nos conteúdos referentes ao ensino de Aritmética, e a segunda, nos conteúdos relacionados à Álgebra, fato que já havia sido constatado por Ferreira (2018).

A primeira temática surgiu dos estudos do matemático Bézout, enquanto a outra estava associada ao trabalho realizado pelo matemático Gauss. Dessa forma, constatamos que o Colégio Pedro II incluía essas duas temáticas em seus programas. A perspectiva de Bézout era mais explorada em termos de explicação e aprofundamento. Nos programas e livros didáticos, o termo "números complexos" era utilizado apenas nessa perspectiva. Em contraste, a temática ligada a Gauss ficava restrita exclusivamente à resolução de equações, sem explorar estudos relacionados a um novo conjunto numérico que contivesse parte imaginária e parte real.

Com o intuito de alcançar nosso objetivo, obtivemos seis obras por meio virtual e as analisamos. Nos manuais, identificou-se que os três primeiros abordavam os números complexos na perspectiva de Bézout, em concomitância com a temática de pesos e medidas. Verificou-se que todas as obras seguiam a mesma disposição dos conteúdos. Primeiramente, abordava-se a definição de um número complexo e incompleto; em seguida, ensinava-se como transformar um número complexo em incompleto e vice-versa; e, finalmente, como proceder à soma, subtração e multiplicação dessas quantidades. A exposição do conteúdo referente à primeira perspectiva ocorria de maneira ampla, quando comparada aos números complexos relacionados aos estudos do matemático alemão Carl Friedrich Gauss.

Em relação aos três últimos manuais, a abordagem dos números complexos ocorria simultaneamente à temática de raízes de equações polinomiais. A exposição do conteúdo era dada de forma paralela à temática de equações polinomiais do segundo grau e raízes de índice par, cujo radicando é menor que zero. Constatou-se que a apresentação dessas quantidades ocorria de forma breve e não incluía a representação geométrica delas. Outro ponto era a utilização das nomenclaturas "valores imaginários" e "quantidades imaginárias" para se referir aos números complexos. Vale destacar que não se dava um tratamento especial a esse tipo de número, como é feito hoje, no qual se estabelece um novo conjunto numérico. Nos livros, essa temática se restringia à resolução de equações e nada mais.

Chervel (1990) destaca que, em cada época, o ensino oferecido pelos professores é, em linhas gerais, semelhante para a mesma disciplina e nível. Além disso, quase todos os manuais do período apresentam informações similares, utilizando conceitos, terminologia, estrutura de capítulos e tipos de exercícios muito próximos. Apesar de não termos tido acesso a todos os manuais indicados nos programas (Beltrame, 2000), reconhecemos a importância desses documentos para entender as transformações do ensino de um conteúdo ao longo dos anos em uma instituição educacional.

REFERÊNCIAS

BELTRAME, J. **Os programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II: 1837-1932**. 2000. 259 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.

BÉZOUT, E. **Elementos de Arithmetica**. Coimbra: Na Real Officina da Universidade, 1784.

BRAGA, C. **Função a alma do ensino da matemática**. 1ª Ed. São Paulo: Annablume; FAPESP, 2006.

BRASIL. Decreto de 2 de dezembro de 1837. **Convertendo o Seminário de São Joaquim em Colégio de Instrução Secundária, com a denominação de Colégio de Pedro II**. *Lex*: Coleção de Leis do Império do Brasil - 1837, Página 59 Vol. 1 pt II. Disponível em: <<https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/sn/1824-1899/decreto-36979-2-dezembro-1837-562344-publicacaooriginal-86295-pe.html>>.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br>> Acesso em: 04 mai. 2022.

COQUEIRO, J. A. **Tratado de Arithmetica**. Paris: Casa Mont'Alverne, 1860. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/209065>>. Acesso em: 24 de junho de 2023.

BRIOT, C. **Leçons D'Algèbre**. Paris: Librairie Delagrave, 1891. Disponível em: <<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k77246z.image>>. Acesso em: 20 de junho de 2023.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, Porto Alegre, n. 2, 1990, p. 177-229.

COMBEROUSSE. Ch. **Cours de Mathématiques**. Paris: Gauthier - Villars, 1876. Disponível em: <<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k65309433?rk=85837;2>>. Acesso: 20 de junho de 2023.

COQUEIRO, J. A. **Tratado de Arithmetica**. Paris, 1860. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/209065>>. Acesso em: 24 de junho de 2023.

FERREIRA, D. M.L. **Descobrimo e analisando práticas matemáticas desconhecidas- o caso dos “Números Complexos”**. 2018. 224f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: <https://pemat.im.ufrj.br/images/Documentos/Disserta%C3%A7%C3%B5es/2018/MSc_88_Debora_de_Melo_Lima_Ferreira.pdf>. Acesso em 20 mar. 2022.

LORENZ, K. M.; VECHIA, A. Os livros didáticos de matemática na escola secundária brasileira no século XIX. **História da Educação**, ASPHE/FaE/UFPel, Pelotas, n. 15, p.53-72, abr. 2004.

OTTONI, C. B. **Elementos de Algebra**. 4ª Ed. Rio de Janeiro: Nicolau Alves e E. & H. Laemmert, 1879. Disponível em: <<https://app.uff.br/riuff/handle/1/762>>. Acesso em 25 de junho de 2023.

OTTONI, C. B. **Elementos de Arithmetica**. Rio de Janeiro: Laemmert & C., 1888. Disponível em: <<https://app.uff.br/riuff/handle/1/310>>. Acesso em: 27 de junho de 2023.

PINTO, R. R. **A educação literária no colégio de Pedro Segundo (1838-1854)**. 2010. 115f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Curso de Pós-Graduação em História, Rio de Janeiro, 2010.

POLON, T. L. P. **Políticas públicas para o ensino médio nos anos 90: Trajetória do Colégio Pedro II** – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Educação, 2004.

RIO DE JANEIRO. Secretária de Estado de Educação. **Currículo Mínimo: Matemática**. Rio de Janeiro: SEEDUC/RJ: 2012.

ROQUE, T. **História da Matemática: Uma visão crítica desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, T. CARVALHO, J.B.P. **Tópicos de História da Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da cidade: Ensino Médio: Área de conhecimento: Matemática e suas tecnologias**. – São Paulo: SME / COPED, 2021.

SERRASQUEIRO, J. A. **Tratado Elementar de Arithmetica**. Coimbra: Livraria Central de J. Diogo Pires, 1926. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104082>>. Acesso em: 26 de junho de 2023.

SILVA, E. S. **A Inserção da Álgebra Linear no Ensino Secundário (1930-1980)**. 2021. 84f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2021.