

TRIMATH E QUADRIMATH: uma abordagem da noção de função no ensino primário

TRIMATH AND QUADRIMATH: an approach to the notion of function in primary education

Andressa Rodrigues da Silva¹

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-2787-3640>

Maria Cecília Bueno Fischer²

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-0537-4111>

Submetido: 30 de agosto de 2023

Aprovado: 06 de outubro de 2023

RESUMO

Este trabalho apresenta uma investigação inicial sobre a abordagem do conceito de função na década de 1970, a partir dos materiais concretos Trimath e Quadrimath. Com base na tradução do capítulo de um livro sobre esses materiais, que foi realizada por uma professora do Instituto de Educação General Flores da Cunha, de Porto Alegre, buscamos analisar o potencial do uso desses materiais para a introdução da noção de função, a partir da proposição encontrada em livros do período da Matemática Moderna, estudados por professoras e alunas do Instituto de Educação, aos quais tivemos acesso. Por fim, apresentaremos as considerações obtidas a partir da análise realizada e os resultados parciais da pesquisa, que é dado, principalmente, pelo conceito de função aplicado ao material concreto nos anos iniciais.

Palavras-chave: Trimath; Quadrimath; Função.

ABSTRACT

This paper presents an initial investigation of the approach to functions in the 1970s, based on the concrete materials Trimath and Quadrimath. Based on the translation of a chapter of a book about these materials, which was done by a teacher from the Instituto de Educação General Flores da Cunha, in Porto Alegre, Brazil, we tried to analyze the potential of the use of these materials to introduce the notion of function, based on the proposition found in books from the Modern Mathematics period, studied by teachers and students of the Instituto de Educação, to which we had access. Finally, we will present the considerations obtained from the analysis performed and the partial results of the research, which is given, mainly, by the concept of function applied to the concrete material in the early years.

Keywords: Trimath; Quadrimath; Function.

INTRODUÇÃO

Entre 2017 e 2020, a partir do recebimento de documentos, livros e materiais didáticos do Laboratório de Matemática (LM) do Instituto de Educação General Flores da Cunha³ (IE),

¹ Graduanda em Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Bolsista de Iniciação Científica no programa PROBIC (UFRGS), Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Paulo Stuart Wright, 31, Aberta dos Morros, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil, CEP: 91787-773. E-mail: andressafifa@gmail.com.

² Doutora em Educação, Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS). Professora adjunta do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Bento Gonçalves, 9500, Agronomia, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil, CEP: 91509-900. E-mail: cecilia.fischer@ufrgs.br.

³ Atualmente é denominado Centro de Formação de Professores Instituto de Educação General Flores da Cunha; à época era conhecido como Instituto de Educação General Flores da Cunha.

de Porto Alegre, o projeto de pesquisa “*Estudar para Ensinar: práticas e saberes matemáticos nas escolas normais do Rio Grande do Sul (1889-1970)*”, financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), buscou, além de outras atividades envolvendo a constituição e a preservação do acervo do LM, “produzir análises históricas sobre as práticas de formação para o ensino dos saberes matemáticos nas instituições formadoras de professores primários” (BÚRIGO, 2020). Entretanto, mesmo após a sua finalização, ações vinculadas ao projeto continuam desenvolvendo pesquisas no campo da História da Educação Matemática, principalmente as que dizem respeito aos saberes matemáticos e à formação de professores do ensino primário na cidade de Porto Alegre, Rio Grande do Sul.

Em meio aos mais de 2700 documentos presentes no acervo, encontram-se os materiais concretos *Trimath* e *Quadrmath* que, segundo apontam Sauter e Fischer (2019), foram criados por Zoltán Paul Dienes, pesquisador matemático húngaro e um dos principais autores vinculados ao Movimento da Matemática Moderna nos anos 1960. Esses materiais são jogos que podem ser utilizados para explorar conceitos matemáticos como relações de ordem e de equivalência, simetria, rotação, entre outros. Sobre as suas composições, o *Trimath* (Figura 1) é composto por 54 peças de formatos que partem de um triângulo com zero, um ou dois cortes em seus vértices, tendo zero, um ou dois furos e em 6 cores: vermelho, verde, amarelo, preto, branco e azul. Já o *Quadrmath* (Figura 2) é composto por 64 peças de formatos que partem de um quadrado com um, dois, três ou quatro cortes em seus vértices, tendo um, dois, três ou quatro furos e em 4 cores: vermelho, verde, azul e amarelo. Vale ressaltar que todas as peças do *Trimath* possuem pelo menos um eixo de simetria, o que ocorre em apenas 16 peças do *Quadrmath*.

Figura 1 - Peças do material *Trimath*.



Fonte: Acervo do LM do IE.

Figura 2 - Peças do material *Quadrimath*.



Fonte: Acervo do LM do IE.

Outro documento relevante para este trabalho é a tradução do segundo capítulo do livro *Trimath Quadrimath Jeux logiques, ensemblistes et géométriques*, de Peter Seaborne, que foi feita por Ely Machado de Campos, à época professora do curso de Didática Especial da Matemática, integrante da Equipe de Supervisão de Estágio no IE e associada do GEEMPA⁴ (CAMPOS, 1971).

Em busca da compreensão do uso do *Trimath* e do *Quadrimath* pelas professoras e alunas do IE para a construção da noção de função no ensino primário, consideramos necessário, anteriormente, situarmos o Movimento da Matemática Moderna no Instituto, pois é nesse período que se situam os materiais encontrados, dentre os quais, os que focaremos para este trabalho. Por fim, trazemos nossas considerações e indagações que ainda rodeiam essa pesquisa.

A MATEMÁTICA MODERNA NO INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

A partir de 1835, constituem-se no Brasil instituições dedicadas à formação de professores, as chamadas Escolas Normais. Em Porto Alegre, em 1869, foi criado o Instituto de Educação General Flores da Cunha, instituição que se destacou na difusão das ideias do Movimento da Matemática Moderna (BÚRIGO; PEREIRA, 2020, p. 49). Um tempo mais tarde, em 1951, por iniciativa da professora Odila Barros Xavier, constituiu-se no IE o Laboratório de Matemática,

[...] um espaço para reunião de materiais didáticos produzidos pelas alunas da disciplina de Didática da Matemática do curso de Administração Escolar. Ao final da década, foi criado em seu âmbito um Círculo de Estudos, para

⁴ GEEMPA - Atualmente, Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia de Pesquisa e Ação; à época, Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática de Porto Alegre.

discussão de textos e organização de cursos para professores (BÚRIGO; ROSA, 2021, p. 3).

Dentre os materiais de estudo das normalistas, encontram-se as traduções de textos de autores do movimento, que previa a modernização do currículo para o ensino de Matemática para os cursos primário e secundário. No LM do IE, traduções de obras de Nicole Picard e de Dienes ganharam especial atenção dentre algumas investigações já realizadas.

Segundo Búrigo e Rosa (2023), traduções de trechos dos livros de Picard por professoras do IE tiveram início em 1969. As ideias de Dienes começaram a circular pelo Brasil no ano seguinte e, em 1971, Dienes veio ao país pela primeira vez, a convite do GEEM⁵ (BÚRIGO, 1989). Nos dois anos seguintes, foi convidado pelo GEEMPA para coordenar a I Jornada de Estudos sobre a Aprendizagem da Matemática, realizada no ano de 1972, e a II Jornada de Estudos sobre a Aprendizagem da Matemática, realizada no ano de 1973, ambas sediadas na cidade de Porto Alegre (DALCIN; SILVA, 2014, p. 1149).

A partir das traduções de Nicole Picard e de Dienes encontradas no acervo, entre outros autores, acredita-se que, tendo em vista os diversos materiais encontrados no acervo do LM, houve um interesse por parte de professoras e alunas do Instituto em conhecer e divulgar as propostas desses autores nos cursos de formação docente.

Neste trabalho, iremos nos atentar em como as influências de Dienes e seus estudos transformaram o pensamento das professoras do IE sobre as formas de ensinar e aprender a moderna matemática no ensino primário por meio da utilização de material concreto, em particular, do *Trimath* e *Quadrimath* na abordagem de funções.

TRIMATH E QUADRIMATH NA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

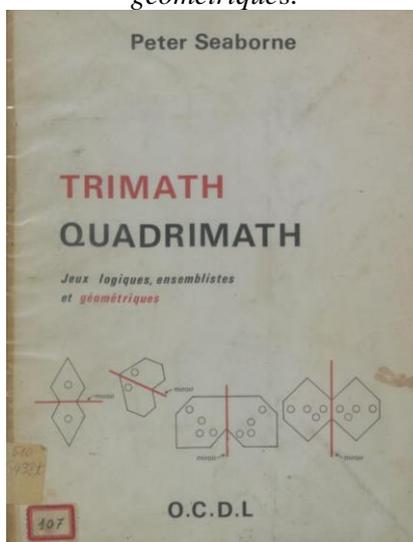
Dentre as diversas traduções de materiais escritos e livros⁶, muitos deles estrangeiros, produzidas pelas professoras e alunas do IE, destacamos aqui o documento que aborda a tradução do segundo capítulo do livro (Figura 3) *Trimath Quadrimath Jeux logiques, ensemblistes et géométriques*, de Peter Seaborne, feita por Ely Machado de Campos e organizada por Suzana Nunes e Neli Teresinha Amoretti. O capítulo em questão é intitulado

⁵ GEEM - Grupo de Estudo do Ensino de Matemática, de São Paulo.

⁶ Todos os materiais da coleção estão disponíveis em: <https://cedap.ufrgs.br/xmlui/handle/20.500.11959/1211>.

originalmente como *États et Opérateurs*, traduzido para a língua portuguesa como Estados e Operadores.

Figura 3: Primeira página do PDF do livro *Trimath Quadrimath Jeux logiques, ensemblistes et géométriques*.



Fonte: Acervo do LM do IE.

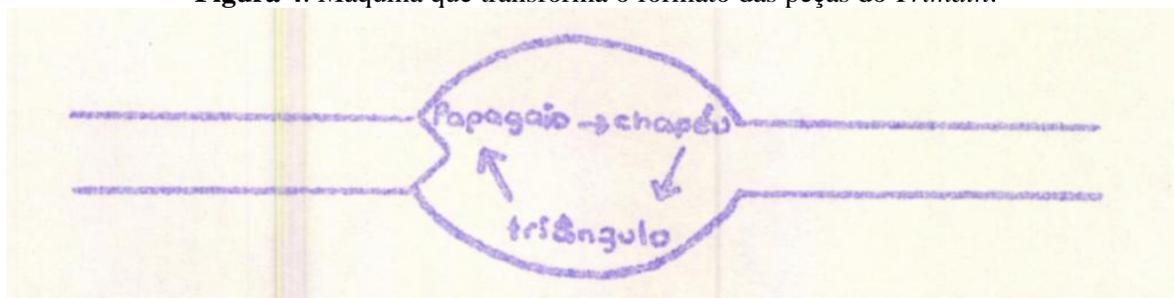
Ao analisarmos o livro e a tradução do segundo capítulo, nos deparamos com a palavra operadores, que já havia sido mencionada em Búrigo e Rosa (2021) a partir da proposta de estudo das máquinas de Nicole Picard, que é inspirada nos escritos de Dienes sobre operadores. Picard (1967) afirma que operadores é a designação para as relações funcionais que transformam um estado inicial em um estado final e argumenta que a “noção de que uma máquina transforma é uma noção familiar para as crianças do século XX” (BÚRIGO; ROSA, 2021, p. 14).

Na tradução, é possível identificar o uso dos dois termos, operadores e máquinas, em uma proposta de atividade que pode ser desenvolvida com o *Trimath* e o *Quadrimath*. Nesta proposta, o autor sugere começarmos com uma peça qualquer de um dos dois jogos e designarmos regras pelas quais essa peça possa mudar, por exemplo, o formato, a cor ou a quantidade de furos. Se quisermos usar a expressão operadores para o mecanismo que faz essa transformação, a peça inicial deve chamar-se estado inicial e, após a transformação, é designada por estado final. Já se quisermos utilizar a expressão de máquinas, a peça antes da transformação será chamada de entrada e, após a transformação, será chamada de saída.

Na Figura 4, podemos observar uma das figuras traduzidas do livro, que exemplifica o mecanismo das máquinas com o uso do *Trimath*. Nesta figura, as peças com formato triangular são designadas triângulo, as de formato quadrangular são designadas chapéu e as de formato pentagonal são designadas papagaio (em outros trechos da tradução este mesmo

formato também é chamado de pipa). Podemos observar, como registrado no documento referente à tradução, que se a peça “entra” papagaio, “sai” chapéu, se “entra” chapéu, “sai” triângulo e se “entra” triângulo, “sai” papagaio.

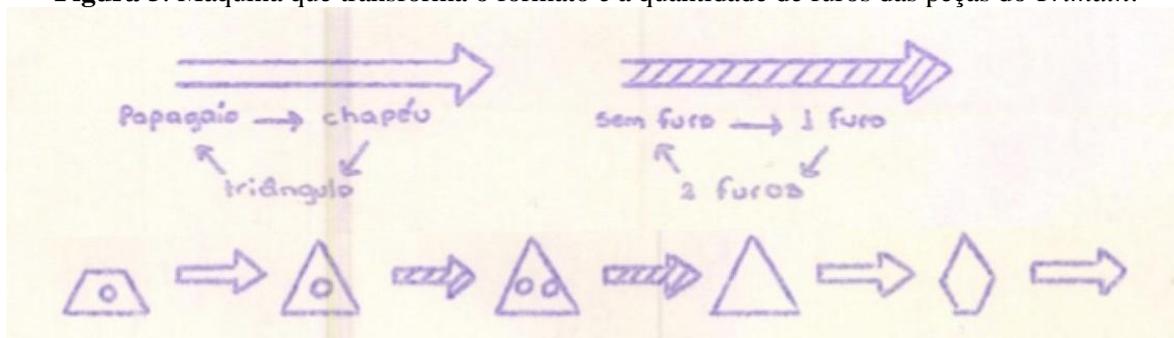
Figura 4: Máquina que transforma o formato das peças do *Trimath*.



Fonte: Acervo do LM do IE.

Outro exemplo de máquina, agora com mais uma regra de transformação de atributos, é apresentado na Figura 5. Nele é possível observar uma máquina que funciona a partir de setas: a seta “lisa” modifica o formato da peça e a seta “hachurada” modifica a quantidade de furos.

Figura 5: Máquina que transforma o formato e a quantidade de furos das peças do *Trimath*.



Fonte: Acervo do LM do IE.

Ao analisarmos essas máquinas, ou outras presentes no capítulo 2 do livro, podemos perceber que as peças possuem propriedades e que é possível variá-las uma a uma ou quantas forem precisas. As atividades utilizando as máquinas, que impõem regras de variação, quando trabalhadas com um material concreto como o *Trimath* e o *Quadrimath*, possibilitam às crianças a construção do conceito intuitivo de função.

Em seus trabalhos e cursos formadores de professores, amplamente divulgados em diversos países, Dienes defendia que, desde o jardim de infância, era preciso apresentar às crianças os conceitos da renovação do ensino de Matemática, dentre eles o conceito de função, mas desde que fosse realizado de forma adequada, pensando na capacidade cognitiva de cada faixa etária. Com isso, Dienes ganhou reconhecimento por

“[...] defender uma metodologia de ensino que valorizava o uso de materiais didáticos, tais como os Blocos Lógicos e os Blocos Multibásicos, com a intenção de criar situações de aprendizagem de conceitos matemáticos às crianças.” (DALCIN; SILVA, 2014, p. 1148).

Pelas referências consultadas, o uso do *Trimath* e do *Quadrimath* para a construção de conceitos associados ao Movimento da Matemática Moderna, no curso primário, não foi vastamente divulgado, conhecido ou estudado quanto outros materiais concretos, como, por exemplo, o Cuisenaire e os Blocos Lógicos. Por se tratar de uma pesquisa em fase inicial, ainda há muito a ser descoberto sobre o uso do *Trimath* e do *Quadrimath* na formação desses conceitos, principalmente em relação aos estudos realizados pelas professoras do IE que provocaram modificações no ensino de Matemática à sua época e deixaram marcas que se perpetuam até os dias atuais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na extrato da tradução analisado, ou em outros documentos presentes no acervo que citam o *Trimath* e o *Quadrimath*, não há indícios da possível data ou forma de chegada desses materiais ao LM do IE, mas acreditamos que isso tenha ocorrido na década de 1970, a partir da vinda de Dienes à Porto Alegre, já que o livro que traz as possibilidades de uso desses materiais foi publicado em 1971.

Além disso, outro aspecto que pretendemos investigar é quanto às potencialidades desses materiais, que ainda não exploramos o suficiente. Ainda, investigar porque esse material é pouco conhecido, em comparação com outros materiais encontrados no LM, como os Blocos Lógicos e o Cuisenaire.

Outros documentos presentes no acervo do LM nos provocam inquietações quanto à maneira como os estudos produzidos pelas professoras do IE, sobre o *Trimath* e o *Quadrimath*, foram divulgados em cursos de formação de professores nessa instituição de ensino. Além da tradução analisada nesse artigo, que traz no cabeçalho a identificação do IE e do curso de Didática da Matemática — o que pode indicar uma possível utilização dos trechos que foram traduzidos do livro de Seaborne —, há também um documento, sem autoria, denominado “12ª aula”, que data de 28 de outubro de 1980, no qual é citado o *Trimath* como um dos materiais que podem ser utilizados na atividade “Jogo de fazer montes, em pequenos grupos”. Essa atividade foi programada para ser realizada no primeiro momento da aula, que tinha como

objetivo o estudo e/ou a apresentação de “Jogos sobre relações” e que deveria ser realizada em aula com as próprias professoras.

A investigação em torno do *Trimath* e do *Quadrimath* e sua utilização pelas professoras do IE continuará, pois há pouco estudo produzido exclusivamente sobre esses materiais e seus potenciais para a exploração e construção de conceitos matemáticos. Ao mesmo tempo que as poucas informações encontradas sobre esses materiais dificultam o processo investigativo, servem-nos como motivação para adentrar em um terreno pouco explorado e como referência para pesquisas e trabalhos acadêmicos que envolvam a História da Educação Matemática e a utilização de materiais concretos nas salas de aula de Matemática.

REFERÊNCIAS

BÚRIGO, E. Z. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60**. 286 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/5237>>. Acesso em: 11 mar. 2023.

BÚRIGO, E. Z. *et al* (2020). **Relatório final do projeto de pesquisa “Estudar para Ensinar: práticas e saberes matemáticos nas escolas normais do Rio Grande do Sul (1889-1970)”**. Projeto de pesquisa. CNPq. Porto Alegre: UFRGS.

BÚRIGO, E. Z.; PEREIRA, L. H. F. Saberes para Ensinar Matemática na Escola Primária: Traços de sua institucionalização nas Escolas Normais Rio-Grandenses. In: BÚRIGO, E. Z. et al (Orgs.). **Saberes Matemáticos nas Escolas Normais do Rio Grande do Sul (1889-1970)**. São Leopoldo: Oikos, 2020. p. 17-68. Disponível em: <<https://oikoseditora.com.br/obra/index/id/1044>>. Acesso em: 3 mar. 2023.

BÚRIGO, E. Z.; ROSA, N. G. Máquinas e Números: traduções de Nicole Picard em Porto Alegre nos anos 1970. **Educação e realidade**, Porto Alegre, v. 46, n. 2, p. 1-25, ago. 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/2175-6236112151>>. Acesso em: 3 mar. 2023.

BÚRIGO, E. Z.; ROSA, N. G. «Mathématiques dites modernes» dans l’enseignement primaire: la présence oubliée de Nicole Picard à Porto Alegre, Brésil. In: D’ENFERT, R; MOLE, F; VERGNON, M. **Circulations en éducation: acteurs, modèles, institutions (XIX^e-XX^e siècle)**. France: PUG, 2023. p. 77-92.

CAMPOS, E. M. **Noções básicas sobre conjuntos e números**. 1^a ed. Porto Alegre: Edições Tabajara, 1971. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/163067>>. Acesso em: 28 fev. 2023.

CAMPOS, E. M. **Estados e operações.** Disponível em: <<http://hdl.handle.net/20.500.11959/10000001430>>. Acesso em: 9 mar. 2023.

DALCIN, A; SILVA, S. R. A Presença de Zoltan Dienes em Porto Alegre nos Anos 1970. In: **ENAPHEM**, 2, 2014, Bauru. Anais... Bauru/SP, 2014, p. 1146-1157. Disponível em: <<https://periodicos.ufms.br/index.php/ENAPHEM/article/view/15218>>. Acesso em: 11 mar. 2023.

PICARD, N. Recherches sur l'initiation aux mathématiques au cycle élémentaire. **Le courrier de la recherche pédagogique**, Paris, Institut National Pédagogique, n. 31, p. 5-41, 1967.

SAUTER, L. T; FISCHER, M. C. Material Concreto: Trimath e Quadrimath no Ensino de Matemática. In: **SEMINÁRIO TEMÁTICO: Materiais Didáticos e História da Educação Matemática**, 17, 2019, Aracaju. Anais... Aracaju/SE, 2019. Disponível em: <<https://drive.google.com/open?id=0B6QMqAPY7A8uM0FVYIBVanBBQVVnRmx4RVNrMFhpOWIzTIVJ>>. Acesso em: 28 fev. 2023.

SEABORNE, P. **Trimath Quadrimath Jeux Logiques, Ensemblistes et Géométriques.** Paris: O.C.D.L., 1971. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/20.500.11959/10000000701>>. Acesso em: 28 fev. 2023.

SEM AUTORIA. **12º aula.** Disponível em: <<http://hdl.handle.net/20.500.11959/10000001979>>. Acesso em: 11 mar. 2023.