

O POTENCIAL DO CENTRO DE RECURSOS DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA GUY BROUSSEAU NA DIDÁTICA DA MATEMÁTICA: CASOS PRÁTICOS NA INICIAÇÃO AO ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO

EL POTENCIAL DEL CENTRO DE RECURSOS DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA GUY BROUSSEAU EN DIDÁCTICA MATEMÁTICA: CASOS PRÁCTICOS EN LA INICIACIÓN A LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACIÓN

María Santágueda Villanueva¹

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-5472-7972>

Pilar Orús Báguena²

 ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0002-9962-1423>

Pablo Gregori Huerta³

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-1306-341X>

Submetido: 06 de dezembro de 2024

Aprovado: 10 de março de 2025

RESUMO

O Centro de Recursos de Didática da Matemática Guy Brousseau (CRDM-GB) reúne documentos e bibliografia produzidos pelo Centre d'Observation et de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques (COREM), em colaboração com a Université de Bordeaux-I e o Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM) de Bordeaux. Este centro, ativo entre 1972 e 1999, foi concebido por Guy Brousseau como uma “escola de observação”, com o objetivo de compreender melhor os fenômenos didáticos no ensino da matemática. Além disso, serviu como laboratório para experimentar a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, facilitando a troca entre professores, alunos e formadores. Este trabalho apresenta o CRDM-GB e seus recursos, utilizando como exemplo uma sequência de ensino sobre a iniciação à multiplicação. Por meio de uma análise histórico-epistemológica dos materiais do ano letivo de 1984-1985, são estudadas as dificuldades e os progressos dos alunos dos níveis CE1 (7 anos) e CE2 (8 anos). No CE1, os alunos utilizaram tanto somas quanto multiplicações para resolver problemas, enquanto no CE2 houve uma melhoria significativa no uso da

ABSTRACT/ RESUMEN/ RÉSUMÉ

El Centro de Recursos de Didáctica de la Matemática Guy Brousseau (CRDM-GB) reúne documentos y bibliografía elaborados por el Centre d'Observation et de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques (COREM), en colaboración con la Université de Bordeaux-I y el Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM) de Bordeaux. Este centro, activo entre 1972 y 1999, fue diseñado por Guy Brousseau como una “escuela para la observación” con el objetivo de comprender mejor los fenómenos didáticos en la enseñanza de las matemáticas. Además, fue un laboratorio para experimentar con la Teoría de las Situaciones Didáticas de Brousseau, facilitando el intercambio entre profesores, estudiantes y formadores. Este trabajo presenta el CRDM-GB y sus recursos, utilizando como ejemplo una secuencia de enseñanza sobre la iniciación a la multiplicación. Mediante un análisis histórico-epistemológico de materiales del curso 1984-1985, se estudian las dificultades y progresos de los estudiantes en los niveles CE1 (7-8 años) y CE2 (8-9 años). En CE1, los alumnos utilizaron tanto sumas como multiplicaciones para resolver problemas, mientras que en CE2 hubo una

¹ Doctora en Informática y Matemática Computacional por la Universidad de Valencia (UV). Profesora Permanente Laboral en Universidad Jaume I de Castellón (UJI), Castellón de la Plana, Castellón, España. Av. Vicent Sos Baynat s/n, E-12006. E-mail: santague@uji.es.

² Doctora en Didáctica de las Matemáticas por la Universidad de Burdeos (UB). Directora honoraria CRDM-Guy Brousseau en Universidad Jaume I de Castellón (UJI), Castellón de la Plana, Castellón, España. Av. Vicent Sos Baynat s/n, E-12006. E-mail: orus@uji.es.

³ Doctor en Matemáticas por la Universidad de Valencia (UV). Profesor Titular de Universidad en Universidad Jaume I de Castellón (UJI), Castellón de la Plana, Castellón, España. Av. Vicent Sos Baynat s/n, E-12006. E-mail: gregori@uji.es.

multiplicação. A capacidade de resolver problemas multiplicativos foi consolidada ao longo do ano, embora alguns erros ainda tenham persistido.

Palavras-chave: Multiplicação; Teoria das situações didáticas; Centre d’Observation et de Recherche pour l’Enseignement des Mathématiques; COREM; Centro de Recursos de Didática da Matemática Guy Brousseau; CRDM-GB.

mejora significativa en el uso de la multiplicación, consolidándose la capacidad de resolver problemas multiplicativos a lo largo del año, aunque algunos errores persistieron.

Keywords: Multiplicación; Teoría de situaciones didáticas; Centre d’Observation et de Recherche pour l’Enseignement des Mathématiques; COREM; Centro de Recursos de Didáctica de la Matemática Guy Brousseau; CRDM-GB.

1 INTRODUCCIÓN

El Centro de Recursos de Didáctica de la Matemática Guy Brousseau (CRDM-GB), cuyos recursos están disponibles en la Biblioteca de la Universidad Jaume I de Castellón (UJI), reúne documentos y bibliografía producidos por el Centre d’Observation et de Recherche pour l’Enseignement des Mathématiques (COREM), constituido en torno al Grupo Escolar Jules Michelet en Talence, en colaboración con la Université de Bordeaux-I y el Institut de Recherche sur l’Enseignement des Mathématiques (IREM) de Bordeaux, Francia.

El COREM, que operó de 1972 a 1999, fue diseñado por Guy Brousseau como una “escuela para la observación”, cuyo objetivo era entender mejor los fenómenos didácticos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el ámbito escolar. Sirvió, a su vez, como un laboratorio para experimentar y evaluar las investigaciones basadas en la Teoría de las Situaciones Didácticas, ya iniciada por Guy Brousseau, y permitió y facilitó el intercambio entre profesores, estudiantes, formadores e investigadores.

Este trabajo presenta el CRDM-GB, la forma de acceder a sus recursos, y el potencial que posee, utilizando una situación ---secuencia de enseñanza y aprendizaje--- sobre la iniciación a la multiplicación como ejemplo. Se realiza un análisis histórico-epistemológico de los materiales del curso escolar 1984-1985, siguiendo las fases del método de investigación histórica. El análisis revela que, en el nivel CE1 (alumnos de 7 años), los estudiantes enfrentaron dificultades y utilizaron tanto sumas como multiplicaciones para resolver problemas. En cambio, en el nivel CE2 (8 años), se observó una evolución significativa en la comprensión de la multiplicación, con una transición hacia el uso más eficaz de métodos multiplicativos y una disminución en la dependencia de las sumas para resolver problemas. A pesar de algunos errores persistentes, la capacidad para resolver problemas multiplicativos se consolidó durante el año.

2 MARCO TEÓRICO

2.1 El principio: la modelización de los fenómenos de enseñanza. Del *Processus de mathématisation* (1972) a la Teoría de Situaciones (TDS) (1996)

A principios de los años sesenta, Brousseau comenzó a trabajar en la mejora de la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva científica, iniciando un nuevo dominio de investigación, la Didáctica de las Matemáticas. Para ello, identificó fenómenos ligados a la enseñanza y comenzó a acuñar una serie de nuevos términos (medio, devolución, situación, etc.) para poder precisar el proceso que consideraba indispensable para una buena adquisición de los conocimientos matemáticos; y matematizó dicho proceso educativo (BROUSSEAU, 1972). Todo ello sirvió para desarrollar la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) (1996), que modeliza las interacciones entre alumnos, docentes y el conocimiento matemático en el aula (el medio), mediante situaciones. La TSD define el “conocimiento matemático” mediante situaciones específicas, incluyendo una metodología, la observación sistemática y el “método espiral” para modelar y mejorar las situaciones didácticas creadas y experimentadas. Desde el inicio, para Brousseau, la metodología era tan importante o más que la teoría, y diseñó un dispositivo en torno a las escuelas públicas J. Michelet (maternal e infantil) de Talence: el COREM (ARDM, 2024).

En este centro se promovía la interacción entre investigadores en Didáctica de la Matemática y se proporcionaba un espacio en el sistema educativo público para observar a estudiantes y profesores en condiciones propicias (ORÚS Y FREGONA, 2020).

Este centro articuló la Teoría de Situaciones Didácticas, que, según Orús y Fregona (2020, p. 564), “propone una construcción que permite comprender las interacciones sociales entre alumnos, docentes y saberes matemáticos que se dan en una clase y condicionan lo que los alumnos aprenden y cómo lo aprenden”. Esta teoría fue el resultado de un trabajo colectivo que involucró a investigadores, estudiantes de grado y posgrado, docentes y alumnos de diferentes niveles educativos, todos ellos dirigidos por el profesor Guy Brousseau.

Gascón (1998) definió que el principio metodológico fundamental de la TSD es definir un “conocimiento matemático” mediante una “situación” y automatizar la modelización de los problemas para que únicamente este conocimiento permita resolverlos de forma óptima (PERRIN-GLORIAN, 1994).

Desde la perspectiva de la TSD, los investigadores y observadores no interactúan con el alumnado durante la clase, aunque pueden realizar entrevistas individuales en otros espacios

para analizar casos específicos. Simplemente observan, ya que el objeto de estudio son las situaciones en sí mismas y la observación la metodología intrínseca al desarrollo de la propia teoría. Dichas observaciones informan sobre el conocimiento y los saberes que aparecen, y facilitan la interacción entre los diferentes actores de la situación didáctica. En la TSD, se estudian las situaciones, y las interacciones entre el alumnado que desarrolla una actividad matemática y el profesorado, que es parte de la institución didáctica (le “milieu”).

Para llevar a cabo la TSD se creó una metodología específica de investigación. Según el Groupe de Recherche sur l’Enseignement Élémentaire, Brousseau propuso la Observación y el “método espiral” de investigación. Para él, la Observación (con mayúscula) es la metodología global en este proceso para comparar posibles conceptos y modelos matemáticos que surgen en las situaciones escolares, modelizadas, mediante situaciones didácticas. Además, se incluyen diversos instrumentos metodológicos como fichas didácticas, observación de clases, reacciones “à chaud” (en caliente) del docente tras la lección, mesas redondas y debates post-observación, y registros cuantitativos, entre otros (GROUPE... 1975; ORÚS Y FREGONA, 2020).

Las fichas didácticas, según Orús y Fregona (2020), fueron necesarias para la planificación de las clases planteadas en el marco de una investigación (de las situaciones didácticas) y como apoyo tanto para los maestros del COREM como para los formadores de maestros. Los docentes que realizaban los cursos observados participaban, a su vez, en la preparación de las lecciones, analizaban los objetivos y anticipaban situaciones de gestión del aula. Los observadores podían acceder a esas fichas didácticas para planificar y seguir la observación. Estas fichas se diseñaban y analizaban utilizando los conceptos de modelización de la TSD en lo que se llamaba “ingeniería didáctica” (ARTIGUE, 1990). Con cada observación, se ponía a prueba la situación diseñada y las nociones teóricas que se trabajaban, por lo que Brousseau hablaba del “método espiral”.

En resumen, la observación se realiza mediante la modelización de la teoría, y sirve para identificar e introducir las modificaciones necesarias, tanto en la teoría como en su experimentación.

En su obra, Bessot (2024) ofrece una síntesis comprensiva del curso “Introduction à la théorie des situations”, proporcionando una base sólida para la aplicación de la TSD en la enseñanza de las matemáticas. Presenta una revisión de un curso impartido en el Master 2 EIAH-Didactique de la Universidad Joseph Fourier de Grenoble, abordando conceptos clave como el aprendizaje en situaciones didácticas, el contrato didáctico, las situaciones adidácticas, las variables didácticas, y el proceso de institucionalización del conocimiento. La obra se fundamenta en las teorías desarrolladas por Guy Brousseau, y sugiere una integración profunda

entre teoría y práctica en la enseñanza de las matemáticas. Existen traducciones al inglés, español, italiano y alemán.

2.2 Escuela Michelet y Centre d’Observation et de Recherche sur l’Enseignement des Mathématiques (COREM)

Durante el curso académico 1972-73 se creó el Grupo Escolar Jules Michelet en Talence, un municipio cercano a Bordeaux (Francia), una zona con una gran población de emigrantes. El Grupo contaba con una escuela maternal con cuatro clases (grupos) de alumnos de 3, 4 y 5 años, designadas “pequeña sección”, “sección media” y “gran sección”, y una escuela primaria con 10 clases, que abarca alumnos desde los 6 a los 11 años. Este nivel incluye: curso preparatorio (6-7 años, abreviado CP), curso elemental nivel 1 (7-8 años, a partir de ahora CE1), curso elemental nivel 2 (8-9 años, CE2), curso medio nivel 1 (9-10 años, CM1) y curso medio nivel 2 (11-12 años, CM2). Adoptamos de aquí en adelante, la denotación del Ministerio de Educación Nacional de Francia, para los diferentes niveles: MAT Ps, MAT Ms, MAT Gs, para la maternal y CP, CE1, CE2, CM1 y CM2, para la primaria (ORÚS Y FREGONA, 2020, p. 568). Desde su creación, Brousseau inició las gestiones para convertir estas escuelas en el soporte metodológico de la elaboración de la TSD.

Orús y Fregona (2020, p. 589) afirman que la Escuela Michelet no era (ni es) una escuela experimental. Aunque se realizaba una fase de observación, no se probaban métodos, técnicas o nuevos programas; no era “una escuela piloto” ni una escuela para la formación inicial de maestros. Simplemente era un espacio de observación de los fenómenos que la enseñanza de las matemáticas producía en las condiciones habituales de una escuela pública en una zona suburbana periférica de la ciudad de Bordeaux.

El COREM, creado y dirigido por el profesor Guy Brousseau, ha estado dedicado a las observaciones realizadas en las escuelas Jules Michelet de Talence, en Bordeaux (Francia), durante sus 24 años de funcionamiento (1973-1998). Se desarrollaron, para ello, herramientas metodológicas propias como fichas didácticas, observaciones sistemáticas de clases, y mesas redondas post-observación. En el COREM era posible diseñar y llevar a cabo las clases (las situaciones didácticas), observar a profesores y estudiantes en sus interacciones con las matemáticas en el aula, y desarrollar los estudios del trabajo conjunto de los investigadores: vinculadas al IREM, los investigadores y estudiantes de postgrado en Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Burdeos, los profesores de la escuela Michelet y los formadores de maestros (PEN). Todos ellos trabajaban regularmente con los maestros de la

escuela.

Desde su inicio, aspiró a ser un lugar de intercambio que reuniera una diversidad de actores: profesores, estudiantes, formadores y otros investigadores. Todos compartiendo la ambición común de comprender mejor los fenómenos vinculados a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela (FREGONA, ORÚS, COULANGE Y TRAIN, 2023).

Como afirman Fregona et al. (2024), el funcionamiento del COREM era innovador, ya que combinaba diversas tareas y responsabilidades estrechamente relacionadas, realizadas por las mismas personas en diferentes roles. Los docentes dedicaban dos tercios de su carga horaria a la enseñanza, y había tres docentes para cada dos clases. Sus actividades se dividían en: a) enseñanza (preparación y dictado de lecciones); b) coordinación del trabajo con los compañeros del mismo nivel (incluyendo el seguimiento de los procesos de aprendizaje de cada alumno y clase); c) observación de clases de su nivel u otro, y participación en el análisis inmediato posterior; y d) asistencia a un seminario semanal de dos horas sobre la TSD.

Fregona et al. (2024) afirman que el colectivo de actores del COREM produjo numerosos documentos escritos a lo largo de veinticinco años, incluyendo informes anuales (conocidos como bilans en el lenguaje de la escuela) y publicaciones grises sobre diversos temas relacionados con la enseñanza, como los números, la división, la multiplicación, y los números racionales, entre otros.

Los diversos documentos escritos son el testimonio histórico de una experiencia científica única en el mundo, y fundamental en la creación y consolidación de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina científica y como dominio de investigación (BROUSSEAU. 1998, pp. 359-360).

2.3 Presentación Centro de Recursos de Didáctica de la Matemática Guy Brousseau (CRDM-GB) UJI y del portal

Habiendo sido el COREM un punto de referencia único en la historia de la Didáctica de las Matemáticas, generó recursos valiosos para este campo educativo, tal y como hemos apuntado. No obstante, tras la pérdida del estatus de centro de observación de las escuelas Michelet, el “cierre” del COREM en 1999, comportó el desafío de desocupar las instalaciones que habían albergado los recursos de observación.

Pilar Orús, junto a Guy Brousseau, y con el apoyo fundamental de Nadine Brousseau, Denise Greslard-Nédélec, Christiane Destouesse y Marie-Hélène Salin, por la parte francesa, y

con el respaldo del Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones (IMAC), el Vicerrectorado de Investigación, el director de la Biblioteca y la documentalista, Lidón París, por la parte de la Universidad Jaume I de Castellón, coordinaron esfuerzos para gestionar el marco legal y los fondos necesarios para la cesión y alojamiento de los recursos del COREM en la UJI, para evitar su desaparición, creando el Centro de Recursos de Didáctica de las Matemáticas Guy Brousseau (CRDM-GB). Detalles sobre estos valiosos recursos y su exploración se pueden encontrar en el artículo de Fregona y Orús (2017), así como en la página web del CRDM-GB (CENTRO... 2024a). El CRDM-GB se estableció en el IMAC con el objetivo de conservar, albergar y facilitar el acceso a los recursos documentales y bibliográficos del COREM.

En la actualidad, la gestión del CRDM-GB se realiza mediante un comité científico y un comité local de organización, con la especial colaboración de la archivista Lidón París, que sigue desempeñando un papel crucial en este proceso de acceso a los recursos, tanto de forma presencial, como a distancia (CENTRO... 2024a).

Los fondos materiales del CRDM-GB están agrupados en cajas en el depósito de la Biblioteca de la UJI (ver Figura 1). A modo de resumen, estos fondos contienen:

- 656 cajas de materiales del alumnado
- 49 cajas de material audiovisual
- 3 cajas con tesis doctorales y tesinas (DEAs en Francia)
- Catálogos del IREM
- 14 cajas de libros de texto y manuales

Figura 1 – Izquierda: depósito del archivo de la Biblioteca. Centro: Ejemplo de caja. Derecha: Ejemplo de material en la caja



Fonte: Imágenes tomadas directamente por los autores

Son accesibles de manera presencial tras la aprobación de la solicitud, en la que el investigador o investigadora debe indicar el título y breve descripción de la investigación que

le lleva a interesarse por los fondos; la signatura de la caja o cajas a examinar; así como firmar la aceptación del compromiso del respeto de la reglas éticas. Durante la exploración de la caja, el CRDM-GB le solicita al/la visitante que digitalice el contenido de la caja en la medida de sus posibilidades y deje los archivos en el CRDM-GB para su almacenamiento y gestión.

La forma recomendada para acceder a los fondos del CRDM-GB es buscar una publicación del COREM (tesis, DEAs, memorias, etc.), o del propio CRDM-GB, relacionada con la temática de interés del o la investigadora. Algunas de dichas publicaciones están accesibles online (CENTRO..., 2024b) (también en el servidor web de acceso abierto HAL <https://hal.science>, los distintos IREMs de Francia, etc.). Dichas publicaciones refieren a niveles escolares concretos. Si no refieren a un año (curso) concreto, se puede presuponer uno o varios años previos a la publicación. A partir de ahí, puede consultarse de manera online el Inventario del CRDM-GB (INVENTARIO, 2024). En este inventario aparece un listado de las cajas ordenadas por Curso escolar (años), Clase (nivel escolar), Bilan (enlace a la programación del curso y nivel), Signatura, y Contenido (descripción, si se ha identificado antes). Accediendo al Bilan enlazado se tiene la descripción más detallada para decidir si la caja correspondiente puede ser de utilidad para el o la investigadora. Y tras elegir la caja de interés, se rellena la solicitud como se ha descrito anteriormente.

Presentamos el esquema seguido por Fregona y Orús (2017) centrado en la introducción de la división en la escuela J. Michelet, a modo de ejemplo para una investigadora interesada en esta temática:

- La temática ha llevado a la publicación IREM (1985).
- De los niveles escolares involucrados, puede estar especialmente interesada en CM2.
- Dado que la publicación es de 1985, seguramente la experimentación se haya llevado a cabo en el curso 1983/84 o bien 1984/85 (es la que se buscó).
- Se puede pasar a consultar el Inventario del CRDM-GB y se encuentran las filas (cursos escolares) de su interés (ver Figura 2).
- Estas dos cajas comparten bilan. Accede al enlace del bilan (ver Figura 2) y lee en la programación las actividades.
- Se solicita una de esas cajas y se examina presencialmente en el Archivo de la Biblioteca de la UJI.
- Se escanean los documentos de interés, y los que pueda, para ayudar a la difusión del CRDM-GB, dejando los archivos en el ordenador del Archivo, así como la

descripción más detallada posible para su almacenamiento y catalogación por parte del CRDM-GB. De esta manera, los fondos digitalizados irán creciendo, facilitando el acceso no presencial a los y las investigadoras autorizadas.

Figura 2 – Filas del documento Inventario (2024) que ayudan al/la investigadora a localizar las cajas de su interés, un enlace a sus bilan y una breve descripción del contenido

1984/85	CM2	http://hdl.handle.net/10234/92031	213-1984/85-CM2	Trabajos alumnos
1984/85	CM2	http://hdl.handle.net/10234/92031	214-1984/85-CM2	Estadísticas resultados escolares; TAS y CAS

Fonte: Captura de pantalla del inventario tomada directamente por los autores

2.4 Los algoritmos de la multiplicación

Los algoritmos en papel y lápiz han sido, y son, una pieza fundamental en la escuela. Se crearon para resolver operaciones como sumas, restas, multiplicaciones y divisiones sin la necesidad de utilizar otros instrumentos como ábacos o dedos: simplemente las tablas correspondientes y unas reglas que permiten resolver operaciones con cualquier cantidad de cifras (GÓMEZ, 1988). Estos algoritmos son un producto histórico que ha ido evolucionando a lo largo de la historia. Eran distintos cuando se calculaba sobre tierra o ceniza, cuando se usa papel y lápiz (o pizarra y tiza) o se utiliza calculadora.

Según Gómez (1988), para realizar un “algoritmo en papel y lápiz” (se sobreentiende en situación escolar) es necesario que esté escrito y pueda ser corregido, que todo el mundo lo haga igual, que se pueda abreviar (ocultando pasos que tengan que ver con la propiedad conmutativa, asociativa y distributiva), se pueda automatizar, sea simbólico (es decir, que sea general, se pueda usar con cualquier número), analítico (las cifras se manipulan separadamente) y tradicional (“de toda la vida”). Además de que al alumnado le dé confianza (pues funciona siempre), y sea familiar (que lo reconozcan nuestros padres y abuelos).

Consideramos el algoritmo de la multiplicación usual (“italiana”), aquel que se basa en la descomposición multiplicativa del número basado en el sistema de numeración decimal que permite aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la adición. Pero no es el único algoritmo que podemos encontrar. En Gómez (1988) se realiza un recorrido histórico de otras formas para multiplicar (ver Figura 3).

Figura 3 – Apresentação instrumental do algoritmo usual de la multiplicación 434x36

Por dos dígitos:

Expandido	Extendido	Abreviado	Estándar
$ \begin{array}{r} 400 + 30 + 4 \\ \times 30 + 6 \\ \hline 400 \times 6 + 30 \times 6 + 4 \times 6 \\ + 400 \times 30 + 30 \times 30 + 4 \times 30 \\ \hline 2400 + 180 + 24 \\ + 12000 + 900 + 120 \\ \hline \end{array} $	$ \begin{array}{r} 434 \\ \times 36 \\ \hline 24 \\ 180 \\ 2400 \\ 120 \\ 900 \\ + 12000 \\ \hline 15624 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 4 \ 3 \ 4 \\ \times 3 \ 6 \\ \hline 2(4 + 1)(8 + 2)4 \\ + \quad 12(9 + 1)20 \\ \hline \end{array} $	$ \begin{array}{r} 434 \\ \times 36 \\ \hline 2604 \\ + 13020 \\ \hline 15624 \end{array} $

Fonte: Gómez (1988, p. 128)

Queremos destacar también el algoritmo del enrejado (“per gelosía”, isabelino o musulmán), que ya lo utilizaba el matemático persa Karaji a finales del siglo X o XI y fue divulgado en la Aritmética de Treviso (1478, Italia) y las regletas de Neper (Napier, Escocia, 1550-1617) (PAZWASH y MAVRIGIAN, 1983).

El multiplicando se sitúa horizontalmente en la cabecera superior y el multiplicador verticalmente en sentido descendente (ver Figura 4), se procede a realizar los productos parciales de los respectivos dígitos descomponiendo en decenas y unidades dentro de los cuadros que se ha subdividido el rectángulo principal. El producto se obtiene sumando en diagonal dentro de las franjas de izquierda a derecha (GÓMEZ, 1988, p. 130).

Figura 4 – Ejemplo de la multiplicación 434x36 utilizando el algoritmo del enrejado

	4	3	4	×
1	1	2	1	3
5	2	1	2	6
6	4	8	4	
2				

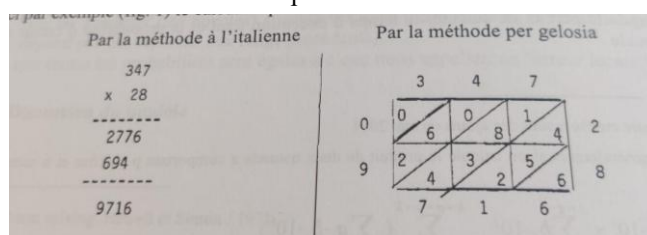
Fonte: Gómez (1988, p. 130)

En la experimentación de Brousseau (1973) se tenía como objetivo encontrar un método de enseñanza que permitiera a los niños desarrollar gradualmente un algoritmo para calcular el producto de dos naturales, sin que se les comunicara ninguna técnica ni se les exigiera ninguna formación formal en cálculo (traducción de los autores de la siguiente referencia: “trouver une méthode pédagogique qui permettrait aux enfants de se constituer progressivement une méthode de calcul du produit de deux naturels, sans qu’aucune technique ne leur soit communiquée ni qu’aucun entraînement formel au calcul ne soit exigé d’eux”).

Los investigadores del IREM que participaban de la experimentación pretendían estudiar la evolución de los algoritmos descubiertos y utilizados por los niños, algunas de las leyes de los procesos naturales de matematización cuya existencia sospechaban. Para el diseño del método de observación, hicieron un análisis a priori examinando todos los algoritmos que podrían aparecer, intentando caracterizarlos, para predecir, a través de los comportamientos observados, la manifestación de parámetros interesantes: número de errores, velocidad de ejecución, velocidad de aprendizaje, etc. A los investigadores les pareció necesario verificar la relevancia de ciertos modelos de comportamiento infantil organizando la siguiente experimentación (BROUSSEAU, 1973).

En esta situación se trabajó con 600 niños y niñas de nivel CE2 (entre 9 y 11 años). A algunos de ellos se les enseñó, durante una hora, el método de la “gelosía” (Figura 5 derecha), y presentaron mejores resultados (menos errores) que el alumnado que únicamente utilizaba el método llamado por Brousseau “italiano”, el conocido por algoritmo usual estandarizado, sin diferencia aparente en el tiempo de ejecución.

Figura 5 – Multiplicación mediante los algoritmos “a la italiana” (izquierda) y “per gelosia” (derecha) para la comparación de su eficacia en una experimentación realizada en Brousseau (1973)



Fonte: Brousseau (1973, p. 2)

3 OBJETIVO

El objetivo de este trabajo es mostrar un ejemplo más de la utilización de los recursos del CRDM-GB. Para ello se sigue la propuesta de estudio del algoritmo de la multiplicación (FREGONA, ORÚS, COULANGE y TRAIN, 2023; FREGONA, ORÚS, PETICH y PORRAS, 2024) que se realizó en la escuela Jules Michelet durante de los niveles CE1 y CE2 del curso 1984-1985 para introducir el método “per gelosia” (Figura 5, derecha). En este curso se publicó *La multiplication au CE1. Quelques apports des recherches en didactique aux leçons de tous les jours* (GRÉSILIER Y BERTHELOT, 1985), lo que nos hace suponer que la secuencia de enseñanza aprendizaje estaba completamente desarrollada.

4 UN EJEMPLO MÁS DE LA UTILIZACIÓN DE LOS RECURSOS DEL CRDM-GB

Siguiendo los pasos de Fregona, Orús, Coulange y Train (2023) y Fregona, Orús Báguena, Petich y Porras (2024), consultamos un antiguo recurso elaborado por el IREM de Burdeos, sobre la enseñanza y el aprendizaje de la multiplicación (GRÉSILIER Y BERTHELOT, 1985). Para ellos, la multiplicación consiste en “designar el cardinal de una colección, organizada de forma rectangular” (traducción propia de GRÉSILIER Y BERTHELOT, 1985). Hay que tener en cuenta que los autores hablan de “designar” un número, y no del cálculo para encontrarlo. Este concepto está más trabajado en Fregona, Petich, Porras y Orús (2024).

Como en los trabajos citados anteriormente, se consultó como referencia el curso académico 1981-1982, previo a la publicación de Grésilier y Berthelot (1985). Los autores decidimos estudiar un conjunto de documentos del CRDM-GB relativos al curso 1984-1985 con dos objetivos: por una parte, confirmar las observaciones anteriores; y por otra, aproximarnos a la secuencia diseñada sobre el algoritmo de la multiplicación planteado en el documento *La Multiplication au CE1* (GRÉSILIER Y BERTHELOT, 1985) y el estudio presentado por Brousseau (1973) para el nivel CE2, que difiere del que se enseñaba tradicionalmente en España (método usual, o a la “italiana”). Esta secuencia fue desarrollada en el marco de la TSD (BROUSSEAU, 1986) y observada en el COREM, obteniendo mejores resultados, como afirma Brousseau (1973).

Por tanto, presentamos un estudio de caso, ya que es “uno de los diseños más interesantes para abordar la complejidad de los fenómenos educativos en Educación Matemática”, según Muñoz-Catalán (2021, p. 78). La investigación se ha desarrollado siguiendo las fases clásicas del método de investigación histórica (RUÍZ BERRIO, 1976), ampliamente utilizado en la historia de la educación matemática (GONZÁLEZ ASTUDILLO, 2009): heurística, crítica (externa e interna) y hermenéutica.

La fase heurística y la fase de crítica externa corresponden a la búsqueda y selección de fuentes, así como a la comprobación de su autenticidad y exactitud. Ya hemos justificado anteriormente los motivos que nos llevaron a seleccionar los textos considerados. Su autenticidad y exactitud están garantizadas al haberse consultado las fuentes originales obtenidas a través del CRDM-GB.

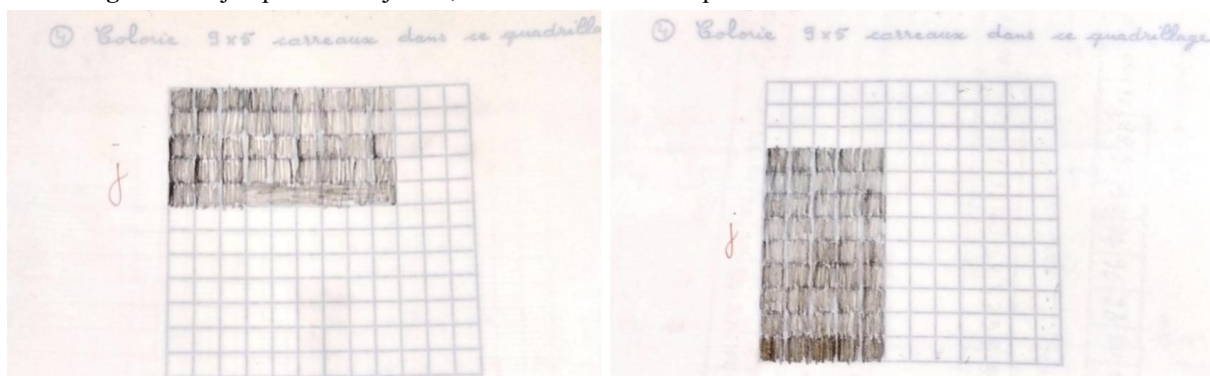
Por otra parte, la fase de crítica interna y la fase hermenéutica corresponden a la extracción de datos y a su comprensión e interpretación. En esta fase se realiza, en primer lugar, un estudio cuantitativo en el que se analiza la presencia y la importancia relativa de la

proporcionalidad dentro de la aritmética. En segundo lugar, se lleva a cabo un análisis de contenido de tipo cualitativo.

El estudio cuantitativo es de carácter descriptivo, considerando cómo se ha trabajado la multiplicación en este curso mediante la consulta de todas las cajas relacionadas. En el estudio cualitativo del contenido, se tiene en cuenta la riqueza y complejidad de la multiplicación (BROUSSEAU, 1973).

El estudio descriptivo que presentamos empezó con la revisión del documento de Grésilier y Berthelot (1985) y la secuencia de aprendizaje que aparecía en él para el grado CE1. Cabe destacar que para llegar al método de la gelosia, la propuesta era una fase previa donde el alumnado contaba cuadrículas (ver Figura 6 con un ejemplo y dos posibles soluciones).

Figura 6 – Ejemplo de la caja 195, donde al alumno se le pide calcular 9×5 utilizando la cuadrícula



Fonte: CE1 84/85, caja 195, CRDM-GB, UJI

Una vez que esta fase estaba interiorizada, destacamos la llamada PARTE III “Abandono de las cuadrículas” (GRÉSILIER Y BERTHELOT, 1985, p. 90). El alumnado pasaba a trabajar el número descomponiendo en sumas de 10 y sus unidades para hacer la multiplicación. Por ejemplo 24×27 se trabajaba en una cuadrícula donde $24 = 10 + 10 + 4$ y $27 = 10 + 10 + 7$ (ver Figura 7). Para ello, al alumnado se le proporcionaba papel cuadriculado, e iban haciendo pequeñas “celdas”.

Figura 7 – Extracto de Grésilier y Berthelot (1985, p. 90). La traducción: “saber calcular utilizando una representación simbólica como la de al lado (en la que el área de cada rectángulo no es necesariamente proporcional al número de que se trate)”

- 90 -
PARTIE III ABANDON DES QUADRILLAGES

Comportements attendus

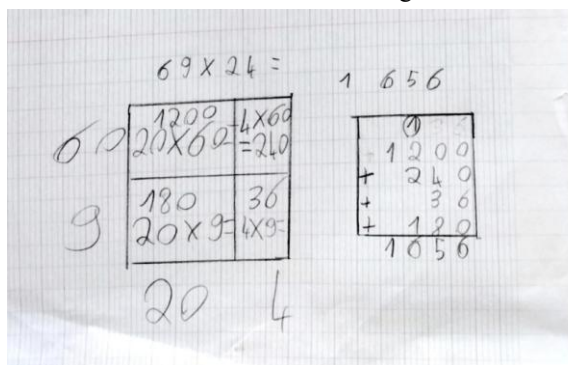
Savoir calculer par utilisation d'une représentation symbolique du type ci-contre (où l'aire de chaque rectangle n'est pas nécessairement proportionnelle au nombre qui le concerne).

	10	10	4	
				10
				10
				7

Fonte: Grésilier y Berthelot (1985, p. 90)

Después se pasa a un modo más abreviado del algoritmo de la Figura 7. Esto lo encontramos en Grésilier y Berthelot (1985, p. 98). Los autores deciden llamarlo “Introducción a la parte IV: desarrollo de un algoritmo” (ver Figura 8, izquierda), donde el alumnado, para realizar la multiplicación de 69×24 , descompone los números y aplica las propiedades distributiva y asociativa, que es el paso previo a la técnica de la gelosia, que las autoras consideran que es la técnica que se ha de utilizar en CE2 (Figura 8 derecha).

Figura 8 – Izquierda: Caja 201, resolución del producto 69×24 . Derecha: extracto de Grésilier y Berthelot (1985, p.95). El método de la gelosia es una técnica del grado CE2, por lo que los autores proponen quedarse con el algoritmo de la izquierda como preparación



	3	5	4	x	
2	1 8	3 0	2 4		"technique CE ₂ "
4	2 4	4 0	3 2	8	
	0	7	2		

$$354 \times 68 = 24072$$

Au CM, la technique usuelle viendra alléger la présentation des calculs simples au prix d'efforts supplémentaires de calcul mental (combinant en chaque étape entre autres opérations mentales : la mémorisation d'une retenue, la recherche d'une valeur dans la table, l'exécution de/...

Fonte: CE2B 84/85, caja 201, CRDM-GB, UIJ y Grésilier y Berthelot (1985, p.95)

Continuamos con la revisión de los bilans del curso 1984-1985, pues nos preguntamos cómo llevaban a cabo la propuesta de Grésilier y Berthelot (1985) en el aula. Por eso focalizamos la presencia de la multiplicación en los documentos. Como resultados obtuvimos lo siguiente. Como se observa en la Figura 9, en el nivel CE1, la iniciación a la multiplicación se introdujo en los primeros días del segundo trimestre, y se prolongó durante este y el siguiente. Se le dedicaron un total de 35 sesiones, de un total de 148 sesiones (el 23,65%). Cabe destacar que la multiplicación se presentó antes que las sustracciones, aunque en el control de final de

primer trimestre encontramos el siguiente problema: “Bruno ha comprado 3 paquetes que contienen 16 pasteles cada uno. ¿Cuántos pasteles podrá comer?” (traducción propia del Bilan CE1, anne 1984-1985, p. 18).

Figura 9 – Bilan correspondiente al curso CE1 1984/85, p. 8

<u>2ème TRIMESTRE</u>				8
3.01.85	Numération	révision	travail oral et sur l'ardoise	
4.1.85	Numération		"	
5.1.85	Problèmes : un de type mult. un de type add.		travail individuel sur feuille	
7.1.85	désignation du nombre d'objets d'une collection disposée en tableau	Etre capable de constituer une collection équipotente à une collection donnée	jeu de communication par groupes	
8.1.85 10.1.85	Désignation de produits	Savoir choisir et utiliser le nombre d'éléments par lignes pour communiquer le nombre d'éléments disposés en tableau	jeu de communication avec course entre équipes	
11.1.85	Problèmes	résoudre un problème sans question et un problème sans nécessité de calculer	travail individuel	
12.1.85	Numération	connaître tous les nombres de 3 chiffres		
14.1.85 15.1.85	Désignation de produits sous la forme $a \times b$	Savoir désigner le nombre d'objets d'une collection par une écriture " $a \times b$ " Savoir ne pas la confondre avec " $a + b$ "	institutionnalisation de l'écriture $a \times b$ puis jeu de communication avec course entre équipes	
17.1.85	Constituer des collections désignées par un nombre multiplicatif ou additif	travailler sur les nombres savoir reconnaître les signes $+$ ou $\times$	travail par groupes de 2	
18.1.85	Désignation de nombres (bien connus) sous la forme $a \times b$	explorer les nombres grâce à cette nouvelle désignation	travail par groupes de 4	
19.1.85	idem avec le nombre 17	découvrir que tous les nombres ne peuvent pas s'écrire avec la désignation " $a \times b$ "	travail par groupes de 4	
21.1.85 (1)	soustraction et addition (1)	trouver le nombre de cubes d'une boîte, selon que l'on en ajoute ou en retire	travail par groupes avec 1 équipe qui valide à l'aide de cubes	
22.1.85	" (2)	idem : le matériel est : les carreaux d'un papier quadrillé	"	
24.1.85 25.1.85	contrôle multiplication	évaluer les compétences de chacun quant au codage et décodage d'un nombre $a \times b$	Déterminer avec quels élèves le maître reprendra en soutien des activités du type des leçons précédentes	
26.1.85	multiplication soutien addition (révision)	suite aux résultats du contrôle apporter un soutien à certains élèves sur l'écriture multiplicative	la classe est partagée en 2 groupes	

Fonte: CE1 84/85, caja 201, CRDM-GB, UJI

Mientras que en el control de final de segundo semestre encontramos las siguientes actividades: “Encuentra la escritura usual de 24×12 ” con los apuntes: descomposición de 2 términos, rectángulo correspondiente a la descomposición, productos parciales correspondientes a los “bordes”, resultado parcial y suma (traducción propia del Bilan CE1, année 1984-1985, p. 22, Figura 10) . En la misma página encontramos el siguiente problema: “Los niños trajeron chocolatinas para la merienda de la clase. Hay 16 paquetes de 10 chocolatinas y un paquete de 12 chocolatinas. ¿Cuántas chocolatinas han traído los niños?”. No encontramos más operaciones o problemas relacionados con el contenido estudiado.

Figura 10 – Extracto del control del final de segundo semestre del Bilan CE1, année 1984-1985, p. 22

2. Trouve l'écriture usuelle.	
$24 \times 12 =$	
Décomposition de 2 termes	150
Rectangle correspondant à la décomposition	151
Produits partiels correspondant aux "bords"	152
Résultats partiels	153
Addition	154
Dans un parking, il y a deux étages. Au premier étage, il y a 125 voitures, au deuxième, il y a 36 voitures.	
Combien y a-t-il de voitures dans ce parking ?	
Compréhension	146
Résultat	147
Pour le goûter de la classe, les enfants ont apporté des chocos. Il y a 16 paquets de 10 chocos et un paquet de 12 chocos. Combien les enfants ont-ils de chocos ?	
Compréhension	148 ₂₂
Résultat	149

Fonte: CE1 84/85, caja 201, CRDM-GB, UJI

Obviamente en el bilan CE2 année 1984-1985 es donde más referencias encontramos al concepto estudiado. A diferencia del anterior, este no está desarrollado por días, simplemente encontramos los conceptos a trabajar clasificados por meses. Observamos que el tema de la multiplicación empieza a trabajarse en el mes de noviembre y llega hasta el mes de enero (ver Figura 11 izquierda). Después hay un pequeño repaso en el mes de febrero, marzo y mayo.

Se inicia la multiplicación contando una colección (baldosas). Se utilizan unas siete sesiones, se trabajan distintos problemas de la división, y se pasa a trabajar hacia un algoritmo

de gelosia. Para este algoritmo se utilizan 4 sesiones. La utilización del algoritmo y la resolución de problemas se trabaja entre los meses de diciembre y enero. En el mes de febrero encontramos la invención de problemas de estructura multiplicativa. En marzo, revisión de la multiplicación y la regla del O, y se finaliza en mayo revisando las operaciones $+$, $\times$, $-$ y problemas aditivos, multiplicativos (Bilan CE2, année 1984-1985, p. 8-10).

Figura 11a – Extracto del bilan CE2 année 1984-1985 pp. 8-9

*** Novembre**

- Multiplication I et II : dénombrement d'une collection (carreaux)
- Problèmes avec dictées de nombres, achats effectués, factures
- Numération : (ranger des nombres, les comparer)
- Multiplication III et IV (calcul d'une collection de carreaux)
- A partir de problèmes :
 - . ranger des nombres
 - . estimer, évaluation des résultats
 - . vérifier
- Multiplication V (idem)
- Situation -problème sans nombres (logique, lecture)(difficile)
- Multiplication VI (idem)
- Multiplication VII : sans le support des carreaux
- Numération : dictée de nombres, ranger.

*** Décembre**

- Multiplication : réinvestir dans des problèmes différents
- Vers l'algorithme à la grecque (4 séances)
- Mise en place de l'algorithme (1ère séance)
- Jeux mathématiques (additions et/ou multiplications)
- Problèmes multiplicatifs
- Mise en place du répertoire multiplicatif (plusieurs séances)
- Calcul de multiplications - algorithme
 - dans des situations
-

2ème Trimestre

*** Janvier**

- Elaboration du répertoire multiplicatif
- Rappel de la multiplication
- Vers l'algorithme à la grecque (4 séances)
- Problèmes additifs et soustractifs
- Numération (décomposition additive et multiplicative)
- La soustraction : A travers le complémentaire d'un nombre

Fonte: CE2 84/85, caja 201, CRDM-GB, UJI

Figura 11b – Extracto del bilan CE2 année 1984-1985 pp. 8-9

- Problèmes multiplicatifs (les colliers)
- Problème ouvert additif et/ou multiplicatif
- Problèmes brefs
- Vers la soustraction (2 séances) II et III

***Février**

- Analyse de problèmes, lecture de l'énoncé
- Numération : le complément à 10, 100, 20, 50...
- Additions (calcul)
- Vers la soustraction IV (labyrinthes à cases vides)
- Calcul rapide d'additions
- Décomposition de nombres, codage de nombres
- Décomposition de nombres : faire un nombre par équipe avec des nombres donnés
- Numération : suite des nombres, comparaison, décomposition
- Inventer des problèmes à partir de structures : $. + . + .$
 $. \times .$
- Vers la soustraction V (cartons sur droite numérique)
- Contrôle de numération
- Travail sur additions à 1 terme manquant $a + b = .$
 $a + . = c...$

*** Mars**

- Révision multiplication, addition (algorithme) et numération
- La multiplication : règle des 0
- Vers la soustraction VI (additions)
- Labyrinthes (additifs et soustractifs)
- Problèmes à inventer à partir d'une opération donnée
- Vers la soustraction (cartons/nombres VII et VIII)
- " " " IX (additions)
- Calcul avec les parenthèses
- La soustraction (introduction du signe -)
- Mise en place de l'algorithme
- Travail sur l'algorithme, la technique de la soustraction
- Jeu de communication (écritures soustractives)
- Additions
- La soustraction : trouver le complémentaire

Fonte: CE2 84/85, caja 201, CRDM-GB, UJI

En el control del primer trimestre encontramos once preguntas. Una es referente a la multiplicación, donde se le pide al alumnado calcular 27×45 ; 69×24 y 352×30 (bilan CE2 année 1984-1985 p. 17). Mientras que en el control de matemáticas de segundo trimestre encontramos el siguiente problema de cálculo, que incluye desde multiplicaciones sencillas (por ejemplo, 8×6) a multiplicaciones (con el repertorio): 305×84 y 592×374 (Figura 12, izquierda). Llama la atención el problema 11 (Figura 12, derecha): “Coloca los signos $\times$, $+$ y los paréntesis $4_6_3=27$; $4_6_3=30$; $4+6_3=13$; $4_6_3=36$ ” (bilan CE2 année 1984-1985 p. 22). Finaliza este examen con un problema: “En una urbanización, hay 126 casas parecidas. Por cada una se necesitan 754 tejas y 2357 ladrillos. ¿Cuántos ladrillos hacen falta?” (traducción propia bilan CE2 année 1984-1985 p. 23). Y finaliza con el cálculo de dos multiplicaciones: 82×754 y 604×918 (traducción propia bilan CE2 année 1984-1985 p. 23).

Figura 12a – Extracto del examen del segundo trimestre del bilan CE2 année 1984-1985 pp. 8-9

21

(4) Complète

(22) $. + 56 = 76$

(25) $1325 = 1100 + .$

(23) $120 + 700 + . = 900$

(26) $450 = 100 + . + 20$

(24) $120 + 700 + . = 2400$

(5) Complète le répertoire

$8 \times 6 =$ (27)

$9 + 4 =$ (32)

$7 \times 5 =$ (28)

$9 \times 4 =$ (33)

$5 \times 2 =$ (29)

$6 + 6 =$ (34)

$3 + 4 =$ (30)

$9 \times 7 =$ (35)

$4 \times 4 =$ (31)

$6 \times 5 =$ (36)

(6) Calcule

$403 + 2648 + 47 =$ 37

$8637 + 4 + 475 + 2008 + 3206 =$ (38)

(7) Calcule (avec le répertoire)

$305 \times 84 =$ (39)

$592 \times 374 =$ (40)

(8) Problème

A la bibliothèque, il y a 835 romans et 165 bandes dessinées sur les étagères. Dans les bacs, il y a aussi 647 bandes dessinées et 87 romans

Combien y-a-t-il de bandes dessinées ? (41)

Combien " " " " " de romans ? (42)

Combien " " " " " de livres ? (43)

(44)

(45)

Fonte: CE2 84/85, caja 201, CRDM-GB, UJI

(9) Entoure les nombres plus petits que 2861

4536 1024 2040

444 1420 2861 52

505 2816

53

3001

(10) Entoure les nombres plus grands que 12400

4556 14200 124000

12099 12938 11999

20000 100000

(11) Place les signes x, + et des parenthèses

4 . 6 . 3 = 27

4 . 6 . 3 = 30

4 + 6 . 3 = 13

4 . 6 . 3 = 36

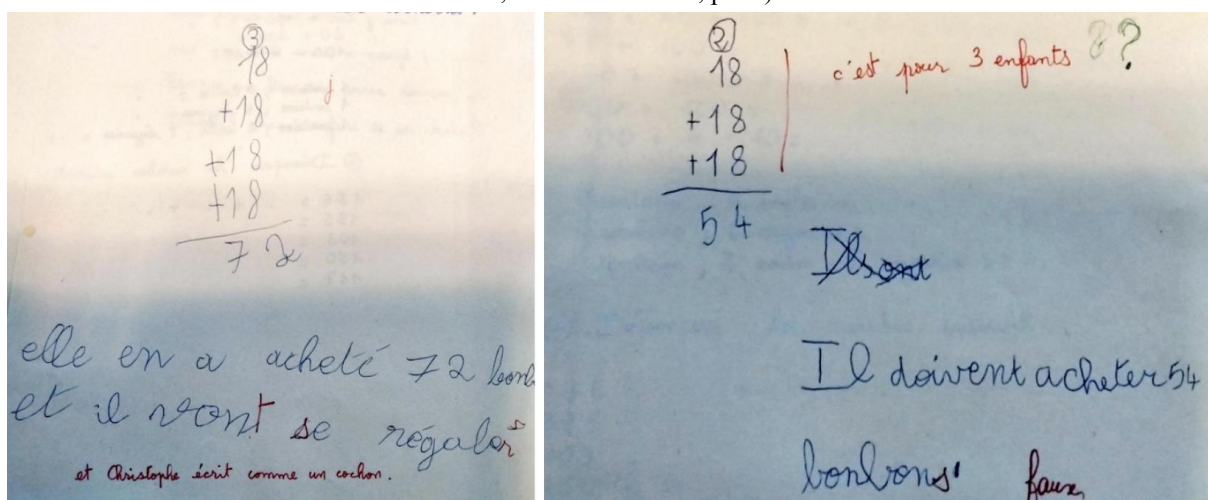
.../...

Después de localizar el contenido estudiado en los bilan, pasamos a buscar las cajas que podrían estar relacionadas con el tema, para ello se consultó el Inventario (2024).

La documentación del nivel CE1 del curso estudiado se encuentra en las cajas 194 a 200, mientras que para el CE2 se ha de consultar las cajas 201 a 208, por lo que solo se ha consultado un 2% del material que hay en el fondo. En las cajas se encuentra multitud de documentación, desde trabajos del alumnado a pruebas realizadas y notas de los docentes. Actualmente estamos catalogando toda la información, por lo que a continuación presentamos nuestros resultados preliminares centrándonos en los problemas que se han encontrado en los bilans y presentados anteriormente.

Para el problema “Bruno ha comprado 3 paquetes que contienen 18 pasteles cada uno. ¿Cuántos pasteles podrá comer?” (traducción propia del Bilan CE1, année 1984-1985, p. 18) encontramos resultados en la caja 195 (Figura 13). En la imagen de la izquierda se observa una resolución correcta del problema, mientras que a la derecha vemos que el alumno no se ha dado cuenta que era para 4 niños. Obviamente, los problemas multiplicativos se resuelven con adiciones dado que aún no se ha introducido la multiplicación. Los errores más comunes que se han encontrado son errores en las operaciones realizadas y en la comprensión del problema; se les olvida alguno de los datos. Mayoritariamente los estudiantes completaron la tarea con éxito.

Figura 13 – Izquierda: resolución correcta. Derecha: resolución incorrecta del problema: “Bruno ha comprado 3 paquetes que contienen 18 pasteles cada uno. ¿Cuántos pasteles podrá comer?” (traducción propia del Bilan CE1, année 1984-1985, p. 18)

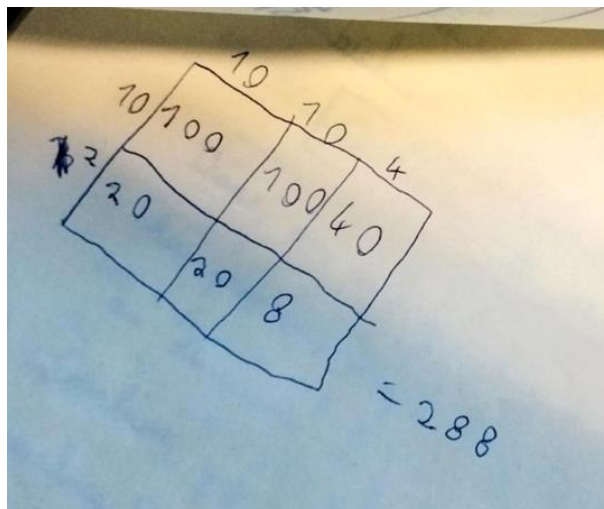


Fonte: CE1 84/85, caja 195, CRDM-GB, UJI

Mientras que para el problema “Encuentra la escritura usual de 24×12 ” destacamos que todo el alumnado utilizó la descomposición polinómica del número 24 en $10+10+4$ y el 12 en $10+2$ (ver Figura 14), que da sentido al método de la gelosia. Los errores usuales son por problemas con el cálculo, pero mayoritariamente el alumnado realizó correctamente el

ejercicio.

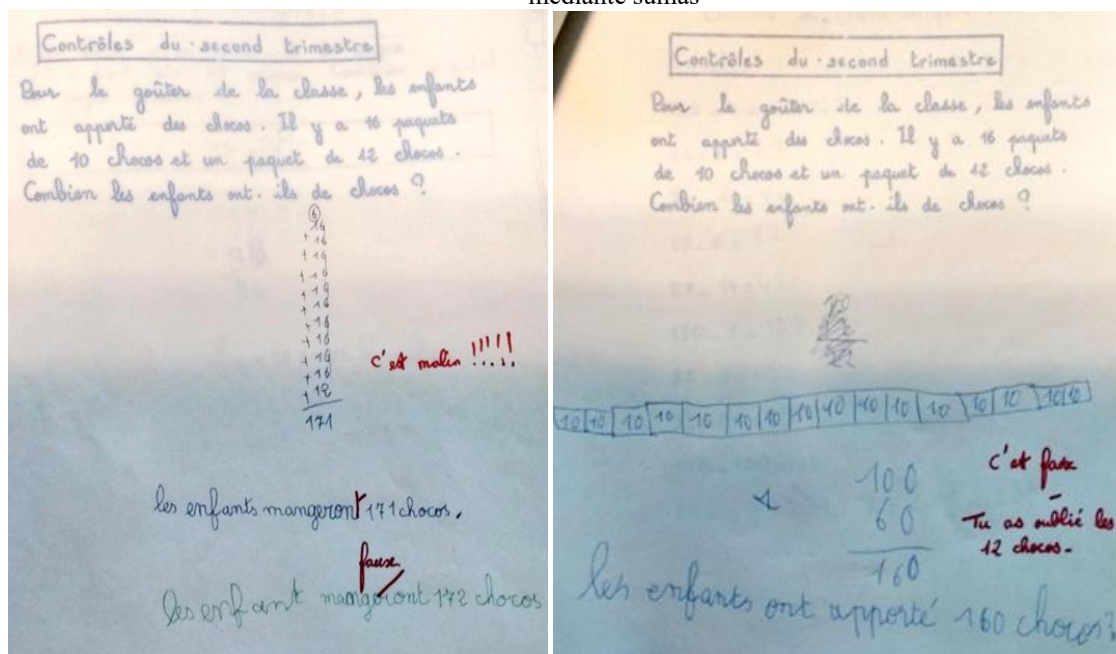
Figura 14 – Solución del problema Encuentra la escritura usual de 24x12



Fonte: CE1 84/85, caja 195, CRDM-GB, UJI

Por último, destacamos la resolución del problema: “Los niños trajeron chocolatinas para la merienda de la clase. Hay 16 paquetes de 10 chocolatinas y un paquete de 12 chocolatinas. ¿Cuántas chocolatinas han traído los niños?”. Este problema es uno de los que nos llama la atención porque tenemos dos métodos de resolución, el alumnado que decidió usar sumas (Figura 15) o los que utilizaron multiplicaciones (Figura 16). Si observamos los dos métodos de la Figura 15, tenemos al alumnado que utiliza el algoritmo tradicional vertical y al alumnado que usa la adición de 10 en 10, horizontalmente (¿tal vez en relación con la recta numérica?), aunque se le olvida sumar el paquete de 12 final.

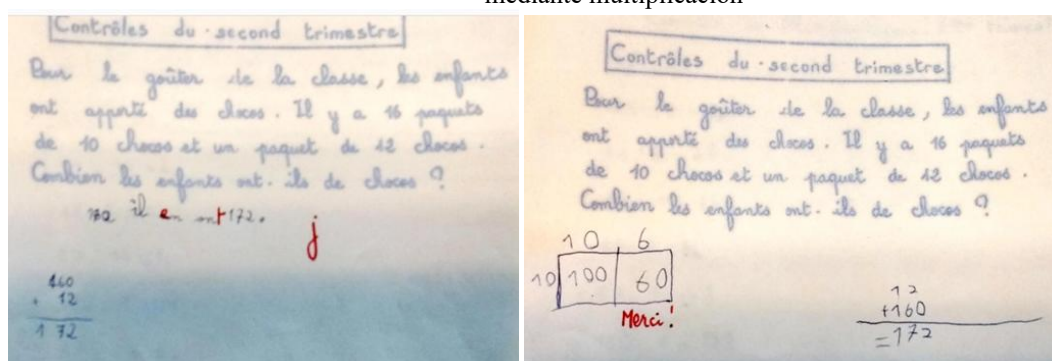
Figura 15 –Resolución del problema “Los niños trajeron chocolatinas para la merienda de la clase. Hay 16 paquetes de 10 chocolatinas y un paquete de 12 chocolatinas. ¿Cuántas chocolatinas han traído los niños?” mediante sumas



Fonte: CE1 84/85, caja 195, CRDM-GB, UJI

Por otro lado, entre el alumnado que se decanta por la multiplicación, tenemos dos formas de resolución. Los y las que deciden hacer el cálculo de la multiplicación mentalmente, y quienes utilizan el método de la descomposición polinómica para resolver el problema. Hay que señalar, que todo el alumnado que se decantó por la multiplicación resolvió correctamente el problema.

Figura 16 – Resolución del problema “Los niños trajeron chocolatinas para la merienda de la clase. Hay 16 paquetes de 10 chocolatinas y un paquete de 12 chocolatinas. ¿Cuántas chocolatinas han traído los niños?” mediante multiplicación

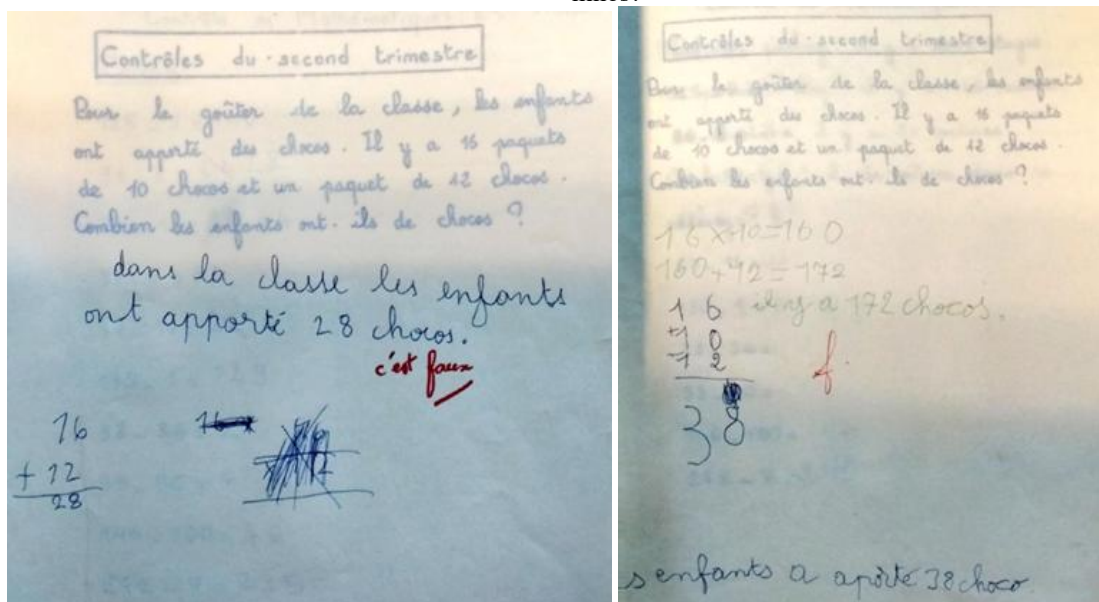


Fonte: CE1 84/85, caja 195, CRDM-GB, UJI

También encontramos alumnado que resolvió incorrectamente estos problemas (Figura 17). Observamos que la confusión fue debida a que no multiplicaron por 10 o no entendieron

el problema, utilizando los números/datos del problema, sin tener en cuenta el contexto (paquetes y cantidad de chocolatinas).

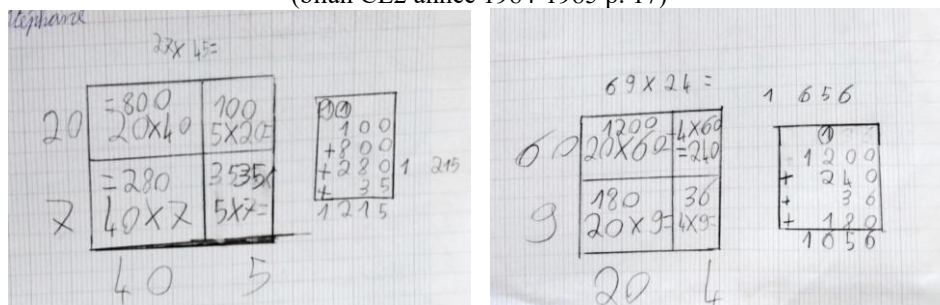
Figura 17 – Errores en la resolución del problema “Los niños trajeron chocolatinas para la merienda de la clase. Hay 16 paquetes de 10 chocolatinas y un paquete de 12 chocolatinas. ¿Cuántas chocolatinas han traído los niños?”



Fonte: CE1 84/85, caja 195, CRDM-GB, UJI

Donde más evolución se encuentra en el concepto de multiplicación es en el alumnado del nivel CE2. Si observamos el material que se encuentra en la caja 201, observamos que en las multiplicaciones ya sólo utilizan la descomposición polinómica del número, como se observa en la Figura 18.

Figura 18 – Resultados a la multiplicaciones como respuesta a la pregunta: “Calcular 27×45 ; 69×24 y 352×30 ” (bilan CE2 année 1984-1985 p. 17)

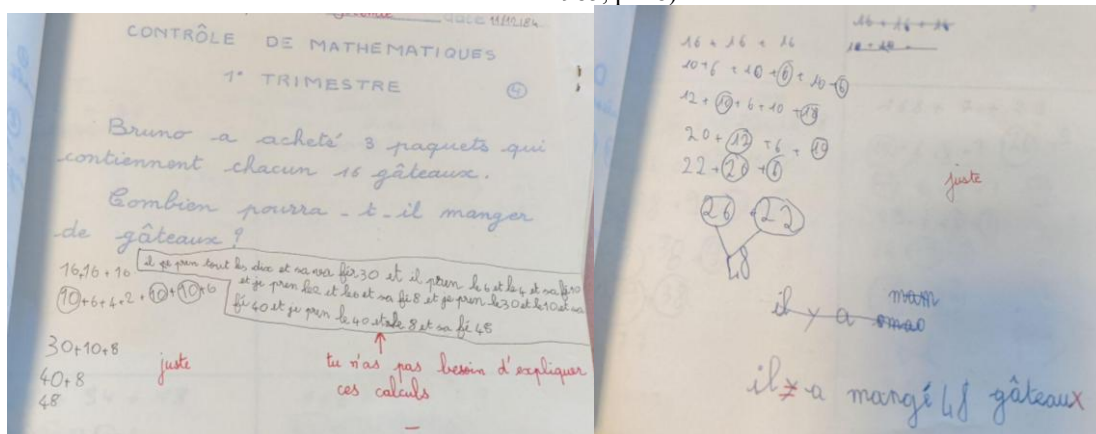


Fonte: CE2 84/85, caja 201, CRDM-GB, UJI

En los problemas se observa una gran evolución. En el problema del primer control, el alumnado aún lo resolvía mediante sumas (Figura 19), aunque utilizaban la descomposición polinómica del número para sumar con más facilidad. Sin embargo, a partir del segundo

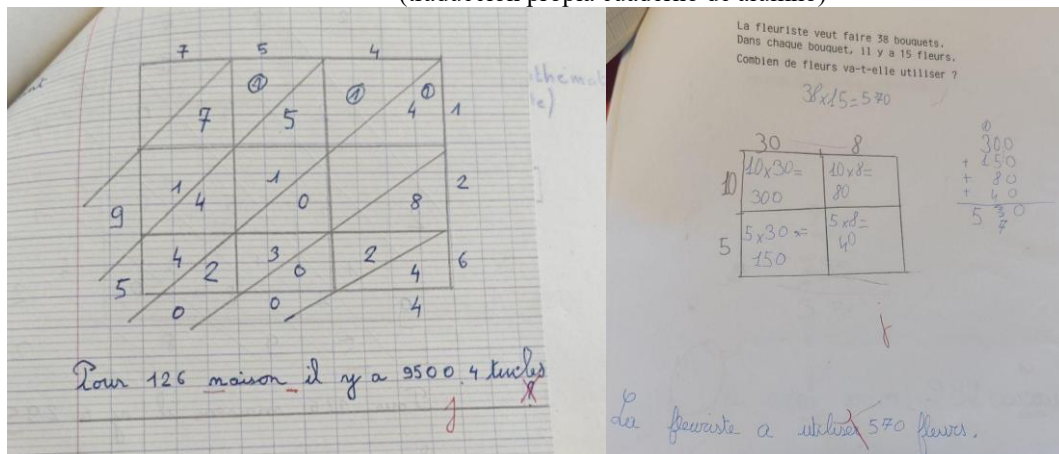
trimestre, se aprecia que han interiorizado la multiplicación, utilizándola en la resolución de problemas, y sin necesidad de hacer la suma aparte (Figura 20 izquierda). Anecdóticamente, en el control de fin de año aún encontramos algunos niños que necesitan hacer la operación a parte (Figura 20).

Figura 19 – Problema del control de matemáticas del primer trimestre. “Bruno ha comprado 3 paquetes que contienen 16 galletas cada uno. ¿Cuántas galletas podrá comer?” (traducción propia del Bilan CE1, anne 1984-1985, p. 18)



Fonte: CE2 84/85, caja 201, CRDM-GB, UJI

Figura 20 – Izquierda: Problema del control de matemáticas de segundo trimestre. “En una urbanización, hay 126 casas parecidas. Para cada una se necesitan 754 tejas y 2357 ladrillos. ¿Cuántos ladrillos hacen falta?” (traducción propia bilan CE2 année 1984-1985 p. 23). Derecha: Problema del control de matemáticas de tercer trimestre. “Una florista quiere hacer 18 ramos. En cada uno, hay 15 flores. ¿Cuántas flores necesita utilizar?” (traducción propia cuaderno de alumno)



Fonte: CE2 84/85, caja 201, CRDM-GB, UJI

5 CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

El estudio revisó los bilans del curso 1984-1985 para analizar la enseñanza de la multiplicación en niveles CE1 y CE2. En CE1, la introducción a la multiplicación comenzó a principios del segundo trimestre y ocupó el 23.65% de las 148 sesiones totales. La

multiplicación se presentó antes que la sustracción. Los problemas de control incluían ejemplos como la compra de paquetes de pasteles y chokolatinas, con problemas comunes de resolución incorrecta debido a la falta de comprensión o errores en las operaciones.

En CE2, el tema de la multiplicación se abordó desde noviembre hasta enero, con una revisión en febrero, marzo y mayo. Se iniciaron con colecciones y se pasó a algoritmos y problemas estructurales. Los controles de primer y segundo trimestre incluyeron multiplicaciones sencillas y avanzadas. Los errores comunes en los controles incluían cálculos incorrectos y malentendidos del problema, aunque la mayoría de los alumnos resolvieron correctamente.

Se observó que el nivel de comprensión de la multiplicación mejoró de CE1 a CE2, con una evolución significativa en la resolución de problemas. En CE2, los alumnos comenzaron a utilizar la descomposición polinómica para multiplicaciones y resolvieron problemas sin necesidad de sumas adicionales. A pesar de esto, algunos aún realizaban operaciones separadas al final del curso.

La revisión de cajas de documentos y pruebas mostró que los problemas de multiplicación se resolvieron de diversas formas, desde sumas hasta multiplicaciones directas, con una notable mejora en la habilidad para resolver problemas multiplicativos entre el primer y tercer trimestre. En este contexto, se compararon diferentes métodos de enseñanza de la multiplicación, incluyendo el algoritmo de la gelosia y el método tradicional italiano. Los resultados mostraron que los estudiantes que aprendieron el algoritmo de la gelosia cometieron menos errores y tuvieron un aprendizaje más eficiente (Brousseau, 1973). Complementando y ejemplarizando los resultados obtenidos por Fregona, Orús, Coulangue y Train (2023) y Fregona, Orús Báguena, Petich y Porras (2024). Este tipo de estudios no solo valida las teorías desarrolladas sino que también proporciona insights prácticos para la mejora de la enseñanza de las matemáticas.

Este trabajo muestra, una vez más, la riqueza de la TSD y la labor del COREM a partir de un ejemplo práctico de la aplicación de las TSD, como es el estudio del algoritmo de la multiplicación en la escuela Jules Michelet. A lo largo de los años, las TSD han evolucionado y se han consolidado como una herramienta fundamental de investigación en la Didáctica de las Matemáticas.

La creación del Centro de Recursos de Didáctica de la Matemática Guy Brousseau (CRDM-GB) en la Universitat Jaume I, después del cierre del COREM, muestra que preservar y continuar el legado de Brousseau y del COREM, mantiene viva la investigación y la difusión de la Didáctica de las Matemáticas a nivel global (ORÚS Y FREGONA, 2020).

En conclusión, la TSD ha transformado la enseñanza de las matemáticas al proporcionar un marco científico y metodológico para entender y mejorar las interacciones educativas. La observación sistemática y la ingeniería didáctica son componentes esenciales de este enfoque, que ha sido validado y enriquecido a través de décadas de investigación y aplicación práctica. La preservación y difusión de este conocimiento a través del CRDM-GB asegura que las futuras generaciones de educadores e investigadores puedan seguir beneficiándose de estos avances.

Como líneas futuras del trabajo presentado, se pretende realizar un análisis exhaustivo del impacto del COREM en la enseñanza de las matemáticas. Para ello, se delimitarán primero los decretos educativos que estuvieron vigentes en Francia entre 1974 y 1999, período durante el cual operó el COREM. Este contexto normativo permitirá comprender claramente las directrices oficiales y las políticas que influyeron en la metodología de enseñanza y en el desarrollo de las prácticas pedagógicas del centro.

A continuación, se estudiarán en detalle los problemas de los exámenes de cada trimestre durante los diferentes períodos del COREM. Este análisis facilitará la clasificación de los tipos de problemas presentados y la observación de su evolución a lo largo del tiempo. Será crucial identificar cómo estuvieron diseñados estos problemas, su relación con los objetivos educativos de la época y su ajuste a las metodologías pedagógicas vigentes.

Además, se examinará cómo resolvían los estudiantes las diferentes actividades en las situaciones didácticas propuestas y los errores comunes que cometían. Este análisis de las resoluciones y los errores ayudará a entender las dificultades que enfrentaron los alumnos y cómo éstas, eran abordadas en el contexto del COREM.

Finalmente, se comparará si las situaciones didácticas presentes en el COREM se mantenían consistentes a lo largo del tiempo o si hubieron cambios significativos en respuesta a las modificaciones en los decretos educativos y a las necesidades de los estudiantes. Esta comparación permitirá evaluar la evolución de las prácticas pedagógicas y su impacto en el aprendizaje de las matemáticas durante el período en cuestión.

6 REFERENCIAS

ARDM. **Guy Brousseau (es)**. Disponible en:

<https://ardm.eu/quienes-somos/guy-brousseau-espanol>. Accedido en: 15 septiembre 2024.

ARTIGUE, Michèle. Ingénierie didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 9(3), p. 281-308, 1990.

BESSOT, A. Introduction à la théorie des situations: Concepts fondamentaux de la didactique des mathématiques, 2024. Disponible en:

<https://hal.science/hal-04473846v2>

BROUSSEAU, G. Peut-on améliorer le calcul des produits des nombres naturels ? In: Actes du 3e congrès des sciences de l'éducation Apports des disciplines fondamentales aux sciences de l'éducation, v. 1, p. 361-378. EPI, 1973. Disponible en:

<https://hal.science/hal-00556415/>

BROUSSEAU, G. Processus de mathématisation. **Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP)**, La mathématique à l'école élémentaire, n. 282, p. 57-84, 1972.

Disponible en:

<https://bibnum.publimath.fr/AAA/AAA72004.pdf> Accedido en: 15 septembre 2024.

BROUSSEAU, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

Disponible en: <https://revue-rdm.com/1986/fondements-et-methodes-de-la/> Accedido en: 15 septembre 2024.

BROUSSEAU, G. **Théorie des situations didactiques**. Grenoble: Ed. La Pensée Sauvage, 1998.

CENTRO DE RECURSOS DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS GUY BROUSSEAU (CRDM-GB) (2024a). **Sitio web oficial**.

Disponible en:

<https://www.uji.es/institucional/estructura/instituts/imac/base/crdm/presentacio>. Accedido en: 15 septiembre 2024.

CENTRO DE RECURSOS DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS GUY BROUSSEAU (CRDM-GB) (2024b). **Centro de Recursos de Didáctica de las Matemáticas Guy Brousseau** (CRDM-GB). Repositori UJI. Disponible en:

<https://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/62668>. Accedido en: 15 septiembre 2024.

FREGONA, D.; ORÚS, P. El Centro de Recursos en Didáctica de la Matemática Guy Brousseau: un sitio para explorar prácticas de enseñanza de las matemáticas. In: FREGONA, D.; SMITH, S.; VILLAREAL, M.; VIOLA, F. (Org.) **Formación de profesores que enseñan matemática y prácticas educativas en diferentes escenarios. Aportes para la Educación Matemática**, p. 109-132. FAMAF y Universidad Nacional de Córdoba, 2017.

FREGONA, D.; ORÚS, P.; COULANGE, L.; TRAIN, G. Le CRDM Guy Brousseau, un bon outil pour ressourcer l'activité du chercheur en didactique des mathématiques. In: CHESNAIS, A.; SABRA, H. (Org.). **Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2021**. p. 65-91, IREM de Paris, 2023.

FREGONA, D.; ORÚS, P.; PETICH, A.; PORRAS, M. Para revitalizar la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de la multiplicación en la escuela primaria. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 44(1), p. 55-89, 2024.

Disponible en: <https://revue-rdm.com/2024/para-revitalizar-la-investigacion-sobre-la-ensenanza-y-el-aprendizaje-de-la-multiplicacion-en-la-escuela-primaria> (para abonados) y una versión en acceso abierto en <https://hal.science/hal-04599576/document> Accedido en: 15 septiembre 2024.

GASCÓN, J. Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica, **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 18(1), p. 7-34, 1998. Disponible en: <https://revue-rdm.com/1998/evolucion-de-la-didactica-de-las/>

GÓMEZ, B. **Numeración y Cálculo**. Colección: Matemáticas Cultura y Aprendizaje. Madrid: Ed. Síntesis, 1988.

GONZÁLEZ ASTUDILLO, M. La investigación en historia de la educación matemática. **Educación y Ciencia**, v. 36(1), p. 37-58, 2009.

GRÉSILIER, M. F.; BERTHELOT, R. La multiplication au CE1. Quelques apports des recherches en didactique aux leçons de tous les jours. Document pour les enseignants. Université et IREM de Bordeaux, 1985. Disponible en:

<https://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/192344>

GROUPE de recherche sur l'enseignement élémentaire. **Les Observations et les Tables Rondes**. 1975. Compte rendu du colloque organisé par l'IREM de Bordeaux. Collection L'analyse de la didactique des mathématiques. Talence, 1975.

INVENTARIO (2024). Inventario del CRDM-GUY BROUSSEAU. Repositori UJI. Disponible en: <https://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/93531>. Accedido en: 30 mayo 2024.

IREM d'Aquitaine Groupe de recherche sur l'enseignement élémentaire ; Brousseau Guy ; Briand Joël ; Brousseau Nadine ; Gresillier Marie-Françoise ; Greslard Denise ; Lacave Luciani Marie-José ; Teulé-Sensacq Pierre ; Vinrich Gérard (1985) **La division à l'école élémentaire**. Compte rendu des situations d'enseignement réalisées avec des enfants de CE2, CM1 et CM2. IREM d'Aquitaine, Talence, 1985 Collection : IREM d'Aquitaine Num. B 34. 147p. ISBN : 2-85633-051-7 EAN : 9782856330517

MUÑOZ-CATALÁN, M. C. Reflexiones para una fundamentación del estudio de caso como diseño metodológico en Educación Matemática. In: DIAGO, P. D., YÁÑEZ D. F., GONZÁLEZ-ASTUDILLO, M. T.; CARRILO, D. (Org.). **Investigación en Educación Matemática XXIV**, SEIEM, 2021, p. 65–80.

ORÚS, P.; FREGONA, D. Huellas del COREM y la TSD en el desarrollo de la didáctica de la matemática en España y Argentina. **Historia y Memoria de la Educación**, v. 11, p. 553–594, 2020. Disponible en: <https://doi.org/10.5944/hme.11.2020.25049>

PAZWASH, H. y MAVRIGIAN, G. The contributions of Karaji successor to Al-Khwarizmi. **Mathematics Teacher**, v. 79(7), p. 538-541, 1983.

PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Théorie des situations didactiques: naissance, développement, perspectives. In: ARTIGUE, M.; GRAS, R.; LABORDE, C.; TAVIGNOT, P. (Org.). **Vingts ans de didactique des mathématiques en France**. Grenoble: La Pensée Sauvage éditions, 1994, p. 97-147.

RUIZ BERRIO, J. El método histórico en la investigación histórica de la educación. **Revista**

Española de Pedagogía, v. 34(134), p. 449-475, 1976. Disponible en:
<https://www.revistadepedagogia.org/rep/vol34/iss134/1>