ACERVO
BOLETIM DO CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO DO GHEMAT-SP

CÁLCULO MENTAL COM NÚMEROS RACIONAIS: a *expertise* profissional de Cecilia Parra

CÁLCULO MENTAL CON NÚMEROS RACIONALES: La *experiencia* profesional de Cecilia Parra

Ruth Edite Cosme[1]
ORCID iD: https://orcid.org/0009-0003-5941-3272

Danilene Gullich Donin Berticelli[2]
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0003-3051-4750

Submetido: 06 de julho de 2022 **Aprovado:** 06 de maio de 2023

RESUMO

Este estudo tem como objetivo identificar a *expertise* da autora argentina Cecilia Parra no que tange aos saberes profissionais no ensino de números racionais com cálculo mental. Mobilizando conceitos da história cultural, buscamos analisar um material argentino utilizado no ensino de números racionais com cálculo mental, do qual Parra é autora. Para dialogar com este material, analisamos as diretrizes curriculares argentinas, *Diseño Curricular para la Escuela Primaria* (Buenos Aires, 2004), buscando compreender a inserção do cálculo mental no ensino de números racionais nestes dois materiais. A análise empreendida sinaliza que o material estudado está repleto de estratégias de cálculo mental no ensino de números racionais. Neste sentido, Parra vai se consolidando uma *expert* a partir do momento em que recebe uma demanda do estado e sua *expertise* é colocada em prática nos materiais e nos documentos argentinos analisados.

Palavras-chave: Cálculo Mental; Números Racionais; *Expertise*.

RESUMEN

El objetivo de este estudio es identificar la *experiencia* de la autora argentina Cecilia Parra con respecto al conocimiento profesional en la enseñanza de números racionales con cálculo mental. Utilizando conceptos de la historia cultural, buscamos analizar un material argentino utilizado para la enseñanza de los números racionales con cálculo mental, del cual Parra es autora. Para dialogar con este material, analizamos los lineamientos curriculares argentinos, *Diseño Curricular para la Escuela Primaria* (Buenos Aires, 2004), buscando comprender la inclusión del cálculo mental en la enseñanza de los números racionales en estos dos materiales. El análisis realizado muestra que en el material estudiado abundan las estrategias de cálculo mental en la enseñanza de los números racionales. En este sentido, Parra se convierte en *experta* desde el momento en que recibe una demanda del Estado y su *experticia* se pone en práctica en los materiales y documentos analizados en Argentina.

Palabras clave: Cálculo mental; Números racionales; *Experiencia*.

[1] Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias educativas – PPGECEMTE - Universidade Federal do Paraná, setor Palotina – UFPR. Palotina/PR. Rua Candido Portinari, 1905, Bella Vista. Palotina/PR. CEP: 85950000. E-mail: ruthinhacosme@gmail.com

[2] Doutora em Educação (PUC/PR). Docente na Universidade Federal do Paraná - Setor Palotina (UFPR). Palotina, Paraná, Brasil. Rua Vereador Antonio Pozzan, n. 800. Palotina, Paraná, Brasil. Cep: 85950-037. E-mail: danilene@ufpr.br.

INTRODUÇÃO

O presente estudo tem por finalidade identificar a *expertise* da autora argentina, Cecilia Parra, no contexto dos saberes profissionais no ensino de números racionais com cálculo mental. Este último tem se constituído como objeto de estudo de historiadores e pesquisadores, sendo o nosso principal objeto de pesquisa. Nossos estudos têm buscado compreender a trajetória ocupada por este tema nos currículos, nas práticas, na sala de aula, nas atividades, levando-nos a compreender as transformações e permanências ocorridas ao longo da história no que tange ao ensino de cálculo mental. É relevante compreender as mudanças históricas, visto que o ensino de cálculo mental permeou a educação apresentando finalidades que variaram ao longo dos tempos.

As pesquisas envolvendo este tema situam-se em diversos âmbitos. Gomes (2007), Pais e Freitas (2015), Berticelli (2017), Conceição (2021) e Frana (2023) contribuem para o enriquecimento do contexto histórico da educação matemática. Já os autores Thompson (1999, 2010), Threlfall (2002, 2009), Zancan (2017), Fontes (2010), Parra (1996), Berticelli e Zancan (2021, 2023) trazem apontamentos voltados para a didática da matemática. Ambos os campos vêm contribuindo para o desenvolvimento das pesquisas relacionadas ao cálculo mental.

O que se percebe é que os estudos relacionados ao cálculo mental, tanto históricos quanto atuais, têm-se voltado para o ensino de cálculo mental com números naturais, algo presente nos currículos e diretrizes que regem o ensino básico.

Nesta caminhada em busca de conhecer as transformações no ensino do cálculo mental em uma perspectiva histórica, tivemos a oportunidade de ler o texto “Cálculo mental na escola primária”, cuja autora é Cecilia Parra, sendo este um capítulo do livro “Didática da Matemática – Reflexões Psicopedagógicas”, organizado por Cecilia Parra e Irma Saiz (1996). Esta leitura nos permitiu conhecer o trabalho de Parra[3], que é uma autora argentina referenciada[4] nos estudos de cálculo mental no Brasil.

No capítulo escrito por Parra, observamos que a autora faz referências a materiais didáticos argentinos. Em contato com a mesma, ela prontamente nos enviou materiais

[3] Cecília Parra é argentina, licenciada em Ciências da Educação. Foi diretora do Projeto de Pesquisa em Didática da Matemática na Direção de Currículo da Prefeitura da cidade de Buenos Aires (Argentina). É autora de livros didáticos de matemática e seus trabalhos têm foco no cálculo mental.

[4] Cecilia Parra é citada em um texto escrito por Alejandra Deriard (2017), junto com outros autores, explicitando em que período a didática francesa baseada em Brousseau, Chevalard e Vergnaud foi introduzida na Argentina (década de 90). Deriard (2017) ressalta que um texto fundamental inserido na formação de professores da época foi o livro “*Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*”, organizado por Cecilia Parra e Irma Saiz, editado pela primeira vez em 1994.

didáticos de cálculo mental, em que participou como autora. Num primeiro momento recebemos os seguintes materiais:

Quadro 1: Materiais argentinos

Título	Descrição	Ano
Así aprendemos Matemática 4	Capítulo 5 de uma obra envolvendo o ensino de números decimais	Sem ano
Matemática Cálculo mental con números naturales	Aportes para la enseñanza. Escuela Primaria. Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza 2004-2007.	2010
Matemática Cálculo mental con números racionales	Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza 2004-2007	2006
Matemática Cálculo mental con números racionales	Reedición de Cálculo mental con números racionales, título publicado en la serie Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza 2004-2007	2010
Hacer matemática en 4º Guia Docente	Obra de Irma Saiz y Cecilia Parra	2011

Fonte: As autoras

Iniciamos os estudos nestes materiais e percebemos uma particularidade que se destacou - o ensino de cálculo mental com números racionais - algo que ainda não tínhamos percebido em nossos estudos ou materiais no Brasil. Ao notarmos essa especialidade, focamos nosso olhar para o material que tratava desta especificidade. Percebemos que as obras *Matemática – Cálculo mental con números racionales* eram semelhantes, pois a de 2010 trata-se de uma reedição da obra de 2006. Nosso estudo, então, tomou como principal fonte de pesquisa a obra datada de 2006 especialmente, pois a *Diretora de Currícula* é a Cecilia Parra[5].

O material nos trouxe diversos questionamentos: Quais os conhecimentos necessários para o ensino de números racionais com cálculo mental? Quais os saberes profissionais do professor que ensina cálculo mental com números racionais? Que estratégias são mobilizadas no ensino de números racionais com cálculo mental? Esses questionamentos nos motivaram a aprofundar os estudos, inicialmente buscando compreender quais os saberes necessários para o ensino de cálculo mental com números racionais. Porém, na condução da pesquisa, a conversa com a autora nos trouxe novos rumos, indicando que Parra possui uma *expertise* em relação ao cálculo mental e, com isso, novos questionamentos surgiram. Neste texto

[5] Vamos tratar dos saberes de cálculo mental no ensino de números racionais em uma seção específica mais adiante.

buscaremos compreender a questão: **Qual é a *expertise* profissional de Cecília Parra no ensino de cálculo mental com números racionais[6]?**

1 O CÁLCULO MENTAL NO ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS EM PERSPECTIVA HISTÓRICA: APONTAMENTOS DE UMA *EXPERTISE*

Sabe-se que a história precisa ser construída, perscrutada, esquadrinhada, para assim haver a possibilidade de chamar de estudo histórico, visto que, de acordo com o historiador francês Roger Chartier (2002, p. 9), “[...] a tarefa dos historiadores não é profetizar a história”. Neste estudo buscamos promover uma reflexão acerca dos estudos que permeiam o cálculo mental no ensino de números racionais em diretrizes curriculares brasileiras e sua trajetória em diversos contextos, em concomitância com as diretrizes curriculares argentinas, visto que o material analisado foi produzido em Buenos Aires.

Percebemos que as pesquisas, no que tange ao cálculo mental com números naturais, estão crescendo, tanto histórica quanto didaticamente. Ao mesmo tempo, notamos que são escassos os estudos acerca do cálculo mental no ensino de números racionais. Em nossas leituras observamos que na Argentina esta relação ganhou destaque, enquanto no Brasil pouco se nota desta articulação, indicando um caminho de pesquisa a ser percorrido.

Para melhor compreensão, nos compete aprofundar estes contextos em uma perspectiva da história cultural, com o propósito de entender como se deu essa trajetória, por meio de um movimento entre os diversos campos que compõem a história cultural, movimento que enfatiza algumas competências do historiador diante dos desafios apresentados por uma pesquisa histórica. Chartier (2002) aponta alguns conceitos da história cultural, que salientam formas de construção de uma sociedade a partir de diversos lugares e situações. Segundo o autor, uma das finalidades da história cultural é “identificar o modo como em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade social é construída, pensada, dada a ler” (p. 17).

Partindo desta concepção, como podemos compreender o contexto do cálculo mental com números racionais, analisados no material argentino, na época em que foi elaborado, considerando que é necessário estudar sobre uma época distinta da atual? De que forma podemos representar este contexto, sem distanciarmos do real? Cabe ao historiador atentar-se às peculiaridades de cada situação, lugar, ambiente social, tentando identificar as diferenças entre o que foi cogitado no momento de elaboração do material produzido e sua execução, e

[6] Este estudo é parte de uma pesquisa de mestrado em andamento, que pretende analisar todo o material apresentado, buscando caracterizar a *expertise* de Cecília Parra no que tange ao ensino de números racionais com cálculo mental. A pesquisa está sendo desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ciências, em Educação Matemática e Tecnologias Educativas da Universidade Federal do Paraná.

ao mesmo tempo, olhar para as interpretações obtidas partindo dos diversos atores envolvidos neste processo de construção. Isso pode ser feito por meio de análises das representações do passado. No entanto, é necessário captar de que forma podemos enxergar essas representações: quais procedimentos devem ser considerados para tal finalidade? Como o passado pode ser representado? Chartier (2011) traz apontamentos significativos sobre as representações do passado. Cabe ao historiador compreender que os procedimentos são imprescindíveis na investigação, visto que

> [...] asseguram o funcionamento reflexivo da representação: nos quadros, a moldura, o enfeite, a decoração; para os textos, o conjunto dos dispositivos discursivos e materiais que constituem o aparato formal da enunciação (p. 22).

Dentro da perspectiva apontada por Chartier (2002, 2011), percebemos a necessidade de conversar com os autores do material, ou melhor, uma das autoras, Cecília Parra. Desta forma, a entrevista foi um dos caminhos que nos permitiu compreender melhor o processo de elaboração do material.

A entrevista com Parra (2023), uma das responsáveis pela elaboração dos referidos materiais, nos permitiu interpretar as representações culturais da época, observando a cultura escolar e os protagonistas que contribuíram ativamente com todas essas transformações. Ela nos contou sobre os motivos que despertaram o interesse pela pesquisa em Matemática.

> *Quando me formei como professora, o ensino de matemática me interessou muito, mas, naqueles anos, isso era em 1973, estava na reforma da Matemática Moderna, tinha os conjuntos, ou seja, era a época dessa reforma, de modo que eu comecei entrando nessa transformação* (Parra[7], 2023, tradução nossa).

Parra afirma que iniciou sua profissão como professora da escola primária, assim denominada na época, em meio às transformações geradas pela Matemática Moderna[8]. No entanto, em seu contato com a sala de aula, percebeu que a ideia de cálculo mental foi se modificando conforme as transições culturais. Naquele momento, o que se tinha em sala de aula "[...] *era a ideia de repertórios, conhecer o repertório aditivo e multiplicativo. [...] depois disso, foi depreciado, porque na reforma da Matemática Moderna não tinham valor*" (Parra, 2023).

Na busca pela melhoria na qualidade do ensino de Matemática, na década de 90 até o início do século XXI, os órgãos públicos, responsáveis pelo setor educacional da cidade de Buenos Aires, produziram um material para professores, da série "Apuntes para la enseñanza" que fez parte do Plan plurianual para el mejoramiento de la enseñanza 2004-2007". Neste

---

[7] Vamos usar a escrita itálica sempre que for um relato da entrevista de Parra.

[8] As primeiras características do Movimento da Matemática Moderna (MMM) foram o pensamento axiomático, maior grau de generalização, alto grau de abstração, maior rigor lógico, uso de nomenclatura moderna, precisão da linguagem, método dedutivo e apropriação das teorias estruturalistas (Novaes, 2012, p. 53).

material, do qual Parra foi diretora de currículo, notamos a articulação do cálculo mental com o ensino de números racionais. Ao mesmo tempo, produziu-se um material, concomitante a este, direcionado para os estudantes.

> *Tanto o material de cálculo mental, natural quanto o racional, saem dentro deste plano voltado para professores, mas também foram feitos livrinhos [...] para o aluno, e o material para o professor orientar o trabalho que foi feito no caderno para o aluno, tudo fazia parte do plano plurianual, que tinha muitos aspectos, e esse foi um* (Parra, 2023, tradução nossa).

Paralelo a isso, os educadores recebiam formação docente, a pedido dos responsáveis pelo setor de ensino, com o intuito de compreender de que forma o conteúdo deveria ser aplicado em sala de aula, cujo direcionamento da referida formação era feito por Cecília Parra e sua equipe de colaboradores. De acordo com a autora, os

> *[...] professores precisam de oportunidades em sua formação inicial e na sua formação contínua, e no seu trabalho nas escolas [...] para poderem levar a cabo esta forma de ensino, precisam de oportunidades, para rever quais foram suas experiências, entrar em outra forma de fazer matemática, para eles próprios poderem produzir, serem capazes de produzir caminhos, serem capazes de produzir soluções, reconectar-se com a matemática* (Parra, 2023, tradução nossa).

Analisando os aspectos do material e os relatos da entrevista, percebemos que eles vão nos sinalizando um serviço prestado por Parra ao setor educacional, mobilizando sua *expertise* a favor das demandas do estado. Segundo Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), a *expertise* está ligada a "[...] uma instrução pública orgânica e juridicamente ligada ao poder público" (p. 57).

Com base no excerto dos autores, em relação às demandas do estado, entendemos por meio da fala de Parra, que esta convocação ocorreu quando ela foi convidada pelo governo a trabalhar na Secretaria da cidade de Buenos Aires, afirmando que seu trabalho *"[...] era principalmente dentro da Secretaria da cidade de Buenos Aires. Entende-se que as coisas também aconteceram no nível do governo nacional, mas participei do planejamento"* (Parra, 2023). Parra ainda relata que nos anos 90 ainda estava trabalhando na escola, com professores, *"[...] mas estou trabalhando no planejamento educacional, na direção do currículo, dentro da equipe de matemática"* (Parra, 2023).

Nesta perspectiva, compreendemos a elaboração minuciosa, ou a *expertise*, do material argentino que analisamos, realizada pela autora, como um trabalho de autoridade, que dispõe de condições ou conhecimento para realizar tais trabalhos, ou, sob a vertente de Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), um trabalho desenvolvido por uma *expert*.

Segundo os autores, esse conceito possui uma atribuição ampla, por se tratar de estudiosos que são especialistas em educação. Os autores evocam a *expertise* como:

> [...] uma instância, em princípio reconhecida como legítima, atribuída a um ou vários especialistas [...] distinguidos pelos seus conhecimentos, atitudes, experiências, a fim de examinar uma situação, de avaliar um fenômeno, de constatar fatos. Esta *expertise* é solicitada pelas autoridades do ensino tendo em vista a necessidade de tomar uma decisão (Hofstetter, Schneuwly e Freymond, 2017, p. 57).

O material indicou que Cecília Parra possui um vasto conhecimento no ensino de cálculo mental[9] com números racionais, cujo embasamento teórico vem da didática francesa[10]. Somado a isto, a autora trabalhou em escolas, com experiências em salas de aula e formação docente. A mesma relata que desenvolveu um trabalho no que tange à formação docente em parceria com Irma Saiz[11], que possui ampla experiência no campo de pesquisa.

> *[...] como professora, eu estava fazendo muitas experiências em sala de aula. E no ano de 1984 conheci a Irma Saiz, que é minha colega, com a qual só fizemos isso juntas. Ela é formada em Matemática. Quando nos conhecemos, ela já havia estado na França e havia treinado com esses professores. E ela esteve no México, investigando na Cinvestav*[12] (Parra, 2023, tradução nossa).

O envolvimento de Parra nos estudos, pesquisas e experiências relacionadas ao cálculo mental no ensino de números racionais foi de grande valia para o sistema de ensino argentino. Ela foi convidada pelo governo de Buenos Aires para trabalhar na elaboração do "*Plan plurianual para el mejoramiento de la enseñanza*, 2004-2007". Neste manual, foi diretora de currículo, tendo uma reedição em 2010, não mais tendo a autora como diretora curricular, no entanto, sendo utilizada novamente toda a construção dos saberes presentes na edição anterior.

Ao analisar o material, percebemos que há uma sistematização de saberes que foram produzidos, por meio das atividades elaboradas no intuito de atender a necessidade de transformação no trabalho pedagógico. Direcionado para docentes, o material aborda características e finalidades do cálculo mental no ensino de números racionais, que serão discutidas posteriormente. Aqui concordamos com Morais e Valente quando afirmam que "[...] a documentação pode nos possibilitar a análise de processos e dinâmicas de constituição

---

[9] Após a entrevista ela nos enviou outra coleção de livros de sua autoria, intitulada *Hacer Matemática*, composta de 7 volumes. Este material, assim como os demais, é rico em atividades que envolvem o cálculo mental, tanto com números naturais quanto racionais. Como não é o foco deste artigo, não será apresentado e nem analisado.

[10] O embasamento do material analisado tem como autores protagonistas Guy Brousseau (2008), que traz a base acerca da teoria das situações didáticas e Gérard Vergnaud (1996, 2007, 2009), com a teoria dos campos conceituais. Esses autores surgiram a partir da entrevista com a autora do material.

[11] Argentina, licenciada em Matemática, mestre em Ciências na especialidade de Matemática Educativa, México. Junto com Cecília Parra, foi responsável por organizar a obra "Didática da Matemática – Reflexões Psicopedagógicas" – Editora Artmed, 1996.

[12] A Cinvestav foi criada em 1961 por decreto presidencial, como um órgão público descentralizado, com personalidade jurídica e patrimônio próprios. Seu diretor fundador, Dr. Arturo Rosenblueth, promoveu uma exigência acadêmica que resultou no sucesso da instituição. Existem vinte e oito departamentos de pesquisa distribuídos entre os nove campi da República Mexicana. Informações disponíveis em: https://www.cinvestav.mx/. Acesso em 27 de junho, 2023.

do saber profissional do professor pela via de *experts* em educação" (Morais e Valente, 2020, p. 8).

Nesta perspectiva, seguimos com a investigação dos dados fornecidos por Parra (2023), cujas informações vão sendo historicamente interpretadas e processadas, considerando a época, situações, manifestações culturais, tudo isso permeando o espaço que protagoniza todas essas transformações: o ambiente escolar. Concordamos com Julia (2001, p. 10): "[...] a cultura escolar não pode ser estudada sem a análise precisa das relações conflituosas ou pacíficas que ela mantém".

As relações evocadas por Julia (2001), transportadas para o contexto do nosso estudo, referem-se aos problemas gerados por muitos fatores, incluindo a falta de experiência docente, em sala de aula, no ensino de matemática, no que concerne ao cálculo mental com números racionais. "[...] *entendemos o conhecimento matemático como uma prática em sala de aula [...] e na nossa capacidade de levar propostas, discutir com os professores e experimentar. E foram anos de muita experiência em sala de aula*" (Parra, 2023).

À vista disso, por meio de sua *expertise*, Cecília Parra foi chamada na década de 1990 para participar da elaboração do referido plano. "*Nos anos 90 nos chamaram para participar dos Planos de Formação de Professores. E para participar, desde o ano de 89 já comecei a trabalhar dentro do planejamento educacional da cidade de Buenos Aires*" (Parra, 2023).

De acordo com a autora, ocorriam situações que provocavam um olhar mais aguçado por parte dos responsáveis pelo setor educacional. Havia uma preocupação emergente por parte dos coordenadores do setor educacional. Parra foi convidada a trabalhar com os docentes

> *[...] para rever quais foram suas experiências, entrar em outra forma de fazer matemática, para eles próprios poderem produzir, serem capaz de produzir caminhos, serem capaz de produzir soluções. Reconectar-se com a matemática. E aí ter acompanhamento quando eles estão fazendo isso na sala de aula, porque muitas coisas acontecem porque vai bem, os alunos vão mal, eles entram, eles não entram [...].* (Parra, 2023, tradução nossa).

Observamos, pelo relato de Parra, que o setor educacional percebeu a necessidade de uma formação para os docentes, em vista da problemática que se percebia por meio da dificuldade de aprendizagem dos alunos. Neste contexto, quando se trata dos problemas relacionados à falta de experiência docente em relação à sala de aula (Berticelli e Salla, 2021), é pertinente destacar que os *experts* são convidados a trabalhar em prol do sistema educacional de ensino, por meio do órgão público responsável, a partir do momento em que se percebe problemas emergentes.

Nesta conjuntura, vale concordar com Morais e Valente (2020), quando reiteram que há três pontos relevantes para que haja uma convocação ou um convite do Estado à função do *expert*: "[...] (1) uma demanda do Estado; (2) a convocação da *expertise*; (3) a resolução de um problema prático" (Morais e Valente, 2020, p. 8).

Corroborando com tais afirmações, destacamos a *expertise* de Parra na materialização dos saberes produzidos por ela no campo pedagógico, segundo os autores Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), quando afirmam que a "solicitação de *expertise* [...] participa decisivamente da produção de novos saberes no campo pedagógico" (p. 57).

O trabalho pedagógico direcionado aos docentes é de fundamental relevância para um ensino qualitativo. Segundo Parra (2023), ela trabalhava dentro da Secretaria da cidade de Buenos Aires, no planejamento educacional, precisamente na direção curricular, dentro da equipe de matemática. Concomitante a isso, a autora realizava trabalhos na escola, com os docentes, junto com Irma Saiz e outros colegas de equipe. A autora começou a fazer "*experiências com professores da escola do Estado da cidade de Buenos Aires*" e passou a "*produzir materiais destinados a professores iniciantes*" (Parra, 2023). A autora afirma desenvolver um trabalho voltado para os docentes, cumprindo assim uma demanda do governo de Buenos Aires. Esta é uma das competências dos *experts*. Segundo Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), a "*expertise* é, portanto, realizada por pessoas do meio escolar, isto é, pela profissão docente" (p. 67).

Entretanto, cabe destacar que, de acordo com Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), há três tipos de serviços de *expertise*, nos quais todos contribuem para "[...] o aumento do rendimento do ensino" (p. 100). O primeiro, segundo os autores, é relacionado aos fatores que interferem no rendimento escolar dos alunos, que envolvem o meio social dos mesmos e suas necessidades. O segundo é concernente à observação sobre o rendimento escolar, no que tange à transmissão de conhecimentos feita pela escola. O último serviço de *expertise*, segundo os autores, é relacionado ao "desenvolvimento e acompanhamento de reformas de ensino em vista de uma melhor aquisição pelos alunos de conhecimentos escolares" (p. 102).

À *expertise* de Cecília Parra compete este último, visto que a autora foi convidada a contribuir na elaboração de um plano curricular, cujas intenções dos responsáveis pelo sistema educacional era melhorar a qualidade do ensino, para desta forma, proporcionar qualitativamente a aquisição dos conhecimentos escolares.

Vale considerar que, para alcançar o patamar de *expert*, é necessário um longo processo, no qual se adquire a *expertise*, no caso deste estudo, por meio de experiência direta com o corpo docente. Paralelo a isso, o aprofundamento histórico, metodológico, científico e didático é imprescindível para se atingir os níveis de *expertise*. Podemos comparar esses níveis aos saberes necessários para que se consolide este quesito. Segundo Morais e Valente (2020), denomina-se "[...]*expert* em educação" profissionais docentes

> [...] que, por demanda do Estado responsável pelo ensino, produziram, sistematizaram e objetivaram tais saberes. Saberes como 'objetos' e como instrumentos do trabalho da formação e do ensino, com olhar mais acurado à formação de professores que ensinam matemática (Morais e Valente, 2020, p. 4).

Na próxima etapa deste estudo faremos uma breve apresentação das diretrizes curriculares argentinas e apresentaremos nosso material de análise, trazendo para a discussão apenas um tópico que relaciona o ensino de números racionais com cálculo mental, que já pode indicar a *expertise* de Parra em relação ao ensino de números racionais com cálculo mental.

2 Cálculo mental nos documentos da Argentina

Os estudos históricos nos permitem entender sobre os processos culturais resultantes das transformações sociais, considerando o ambiente escolar. Para estudar sobre a história, cultura, representações de determinada época, espaço ou situação, o conhecimento é fundamental nesse movimento. E para interpretar as representações que o passado nos apresenta, é necessário analisar as fontes. Valente (2022) nos auxilia nesta compreensão, quando afirma que por meio dos estudos realizados por historiadores "[...] da educação matemática, autoridades educacionais, professores e alunos de outros tempos são trazidos à cena presente para darem a sua colaboração na complexa discussão de como tratar a matemática na escola" (p. 11).

Partindo deste contexto, realizamos a análise dos documentos curriculares da cidade de Buenos Aires, Argentina, de onde se origina o material organizado por Cecília Parra. Sabe-se que a matemática está presente no contexto escolar e no cotidiano, visto que, de acordo com Berticelli (2017), ela "oportuniza uma habilidade nas crianças que posteriormente lhes permitirá agir melhor em situações reais do cotidiano" (p. 20). Esse pensamento nos leva a aprofundar sobre a relevância do ensino do cálculo (mental) na base escolar, uma vez que o cálculo é uma das bases para os conhecimentos matemáticos e segundo Parra (1996):

> As mais diferentes perspectivas afirmam que o centro do ensino de matemática está na resolução de problemas. Ao mesmo tempo parece evidente que a capacidade progressiva de resolução de problemas demanda um domínio crescente de cálculo (p. 193).

Percebemos no *Diseño Curricular para la Escuela Primaria*[13] a articulação do cálculo mental presente em todas as bases de conteúdos matemáticos que envolvem qualquer tipo de cálculo, iniciando desde o primeiro ciclo[14] até o final do segundo ciclo[15].

A Secretaria de Educação desenvolveu a elaboração do "Diseño Curricular para la Escuela Primaria" para a cidade de Buenos Aires

> [...] em um processo que manteve a validade do Desenho Curricular Comum para a Educação Primária de 1986, ao mesmo tempo em que promoveu sua revisão e atualização, e que deu origem, entre 1995 e 1999, à publicação, primeiro, de documentos de atualização e, depois, dos Desenhos Pré-curriculares (Buenos Aires, 2004, p. 21, tradução nossa).

Após esta elaboração, foi aprovada uma normativa comum para o ensino público, incluindo o Estado e a gestão privada, gerando alguns anos de modificação, até chegar aos *Diseños* utilizados como análise neste estudo[16]. Iniciando pelo primeiro ciclo, percebemos que o cálculo mental está fortemente presente na elaboração dos conteúdos, tendo como base o fato de que, para atingir os objetivos propostos no segundo ciclo, onde consta o cálculo mental no ensino de números racionais, é necessário que o estudante tenha consolidado os conteúdos contemplados no primeiro ciclo, dado que

> Todos os conteúdos das áreas estipuladas para o primeiro ciclo são considerados importantes para abordar um processo formativo de longo prazo [...]. Essas notas constituirão a base das experiências formativas nas diferentes áreas sobre as quais se basearão as novas e gradualmente mais complexas propostas dos anos seguintes (Buenos Aires, 2004, p. 29, tradução nossa).

No documento curricular argentino, primeiro ciclo, percebemos o cálculo mental presente na parte intitulada *Números y Operaciones*, direcionada para o *Tercer ano*[17], como base para as atividades de resolução de problemas. Quando se trata de frações, nesta mesma parte, não está diferente. Há indícios percebidos pela forma de apresentação das situações expostas nas atividades. Vejamos:

---

[13] Documento curricular argentino, Governo da Cidade de Buenos Aires, 2004.
[14] Na Argentina, o primeiro ciclo corresponde ao primeiro, segundo e terceiro grado (ano) (Buenos Aires, 2004).
[15] O Segundo ciclo corresponde ao quarto, quinto, sexto e sétimo grado (ano) (Buenos Aires, 2004).
[16] Trata-se de um marco importante no esforço sistemático do Estado para integrar e consolidar o Sistema Educacional da Cidade, abrindo uma nova etapa na qual, uma vez incorporadas as modificações resultantes de um período de difusão de vários anos, a Secretaria de Educação transformará os Projetos Pré-curriculares em Projetos Curriculares. O Pré-Desenho Curricular para a Educação Geral Básica (Educação Primária e Média, segundo a denominação atual), Primeiro Ciclo (1999), transforma-se, assim, em Desenho Curricular para a Escola Primária, Primeiro Ciclo (2004) (Buenos Aires, 2004, p. 21, tradução nossa).
[17] Terceiro grau ou terceiro ano.

Figura 1: Exemplos de atividades com frações

FRACCIONES
Resolución de problemas en los que se utilicen 1/2; 1/4; 1/8, donde intervengan longitudes, distancias, pesos y capacidades, expresados en metros, kilos y litros.
Por ejemplo:
- ¿Cuántos paquetes de café debemos llevar si queremos 1 kilo y sólo quedan paquetes de 1/4?

- Lectura y escritura de las fracciones más usuales (por ejemplo: 1/4; 1/2; 3/4; 1 + 1/2).

- Resolución de problemas que involucren la determinación de fracciones complementarias de la unidad.
Por ejemplo:
- ¿Cuánto le falta a 1/2 litro para llegar al litro?
- ¿Cuánto le falta a 3/4 kilo de galletitas para alcanzar un kilo?

Frações
Resolver problemas usando 1/2; 1/4; 1/8, envolvendo comprimentos, distâncias, pesos e capacidades, expressos em metros, quilos e litros.
Por exemplo:
- Quantos pacotes de café devemos tomar se quisermos 1 quilo e só restarem 1/4 de pacotes?
Ler e escrever as frações mais comuns (por exemplo: 1/4; 1/2; 3/4; 1+1/2)
Resolver problemas que envolvam a determinação de frações unitárias.
Por exemplo:
- Quanto falta para 1/2 litro chegar a um litro?
- Quanto falta para 3/4 de quilo de biscoitos chegar a um quilo?

Fonte: Buenos Aires (2004, p. 332, tradução nossa)

Os problemas presentes na figura nos apontam para o uso de uma estratégia, em que se apresenta o resultado e o estudante necessita encontrar caminhos para este por meio da rede de relações numéricas, por exemplo, 10 + ____ = 18 (Berticelli e Zancan, 2023). Mobiliza a ideia de "completar" para chegar em um número, neste caso com números racionais.

No segundo ciclo, volume 1 e 2, direcionado para o quarto, quinto, sexto e sétimo *ano*, os conteúdos são permeados de estratégias de cálculo mental, tanto com números naturais quanto com racionais, com algumas considerações direcionadas ao primeiro ciclo, em que se espera que os conhecimentos de cálculo mental sejam consolidados.

O objetivo é fazer com que os estudantes consigam compreender conhecimentos mais complexos, partindo do que foi sistematizado no primeiro ciclo, utilizando cálculo mental. Esta meta a ser cumprida no segundo ciclo é um desafio, visto que

> [...] as crianças enfrentarão uma ruptura essencial: muitas certezas construídas no estudo dos números naturais serão questionadas com a introdução das frações. A superação dos obstáculos à compreensão dos números racionais (obstáculos que são gerados a partir do conhecimento que possuem sobre os números naturais) exige uma gestão do ensino que assuma o questionamento das concepções prévias como parte da aprendizagem (Buenos Aires, 2004, p. 546, tradução nossa).

Nesta perspectiva, a necessidade dos conhecimentos advindos do primeiro ciclo se torna bastante pertinente. Na parte em que trata especificamente dos números racionais[18], há diversas indicações de atividades com cálculo mental, pela forma como os exemplos são apresentados. O documento propõe que, antes de partir para uma forma padrão de resposta, os estudantes aprendam a desenvolver estratégias, partindo do conhecimento já adquirido, para obter um resultado e, somente depois, apresentar aos mesmos uma forma padrão de resolução.

Figura 2: Problemas de medição

Es interesante proponer a los alumnos la experiencia de realizar mediciones con una unidad dada y en la que se vean enfrentados a la necesidad de tomar decisiones cuando la cantidad a medir no contiene un número entero de veces a la unidad. La complejidad de la tarea será función de la relación entre la unidad y el objeto a medir y, al proponer distintos casos, los niños tendrán la oportunidad de ampliar el repertorio de fracciones que utilizan. Como en el caso de las situaciones de reparto, actividades de este tipo pueden ser fuente de nuevos interrogantes y relaciones. Los alumnos podrán expresar, por ejemplo: "Con cuartos puedo armar medios, pero con tercios no puedo, ¿no?"; "Para armar medio con tercios tengo que hacer un tercio más medio tercio"; "¿Qué fracción es la mitad de 1/3?"; "¿Cuánto es 1/2 + 1/4?", "¿Y 1/4 más 1/3?". Las respuestas a estas preguntas, elaboradas como producto de la actividad, permiten también atribuir un sentido a la suma de fracciones y elaborar estrategias de cálculo antes de proponer un algoritmo general de adición de fracciones.

Fonte: Buenos Aires (2004, p. 571, tradução nossa)

É interessante propor aos alunos a experiência de fazer medições com uma determinada unidade e na qual eles são confrontados com a necessidade de tomar decisões quando a quantidade a ser medida não contém um número inteiro de vezes na unidade. A complexidade da tarefa será uma função da relação entre a unidade e o objeto a ser medido e, ao propor diferentes casos, as crianças terão a oportunidade de ampliar seu repertório de frações. Como no caso das situações de fração, atividades desse tipo podem ser uma fonte de novas perguntas e relações. Os alunos podem expressar, por exemplo: "Com quartos posso fazer metades, mas não posso fazer terços, posso? Com terços eu tenho que fazer um terço mais metade de um terço"; "Que fração é metade de 1/3?; "Quanto é 1/2 + 1/4?", "E 1/4 mais 1/3?". As respostas a essas perguntas, elaboradas como produto da atividade, também possibilitam atribuir um significado à soma de frações e desenvolver estratégias de cálculo antes de propor um algoritmo geral de adição de frações.

No quarto ano, na parte intitulada *Relaciones entre fraciones*[19], há propostas de cálculo mental para o estudante encontrar o resultado quando se pede para efetuar "Cálculo da metade, da terça parte, da quarta parte, etc., de 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, etc., a partir do estabelecimento de relações com a unidade. Cálculo mental relacionado a essas questões" (Buenos Aires, 2004, p. 580, tradução nossa).

Ainda neste nível de ensino, há propostas centradas na utilização de cálculo mental para determinar a fração que se soma a outra para chegar a um inteiro, por exemplo,

> [...] 2/5 + ... = 1; 2/5 + ... = 2; 7/3 + ... = 3, etc. Resolver problemas envolvendo adição e subtração de frações, usando diferentes procedimentos: decomposições aditivas, cálculo mental, equivalências, gráficos. (A exigência do algoritmo convencional de adição de frações ainda não foi considerada) (Buenos Aires, 2004, p. 582, tradução nossa).

[18] Qualquer número que possa ser expresso como o quociente de dois números inteiros (com o divisor diferente de zero) é um número racional. A forma fracionária ou decimal poder ser usada para escrever esse número (BUENOS AIRES, 2004, p. 570, tradução nossa).
[19] Relações entre frações (Buenos Aires, 2004, p.580, tradução nossa).

No quinto ano, percebe-se a presença de cálculo mental explícita e subentendida nas sugestões de atividades. Na parte de “Operações com frações”, sugere-se a elaboração de recursos de cálculo mental para encontrar a parte de um inteiro.

> Por exemplo:
> 1/4 de 128 é metade da metade de 128, ou seja, metade de 64, ou seja, 32. 1/5 de 1.025 é 1/5 de (1.000 + 25), que é o mesmo que 1/5 de 1.000 + 1/5 de 25, que é igual a 200 + 5, ou seja, 205, etc. (Buenos Aires, 2004, p. 585, tradução nossa).

A elaboração de recursos de cálculo mental também aparece na reconstrução de uma fração ou de um número inteiro:

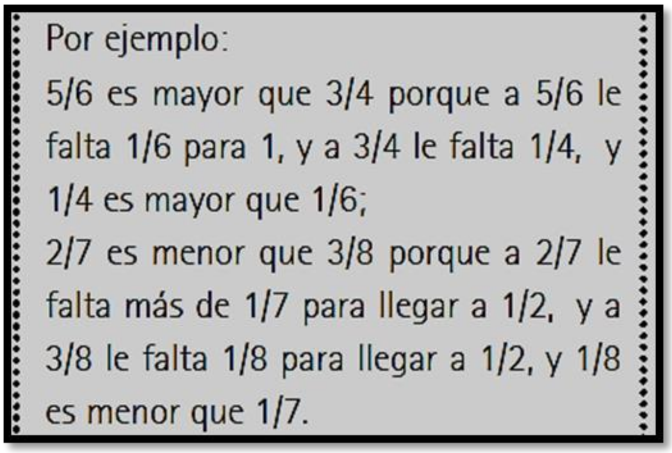
> Desenvolver recursos de cálculo mental para reconstruir uma fração ou um todo usando frações de uma determinada classe ou classes. Por exemplo: formar 3/4 usando apenas metades e oitavos, formar 13/6 usando metades e duodécimos, formar 14/9 usando terços, sextos e duodécimos, etc. obter 13/5 como uma soma de decimais (Buenos Aires, 2004, p. 583, tradução nossa).

Nos “Cálculos em expressões decimais”, as propostas para o quinto ano são situações de cálculo mental para resolver notações, envolvendo a organização decimal. Por exemplo:

> Propor somas cujo resultado seja 1; 0,1; 0,01, etc.; somar 0,1 a cada um dos seguintes números: 2,342; 4,9; 7,93; 6,921; etc.; Subtraia 0,1 dos seguintes números: 1,345; 12; 3,05; etc. [...] cálculo exato e aproximado de adições e subtrações de expressões decimais por meio de vários procedimentos de aritmética mental, com uma calculadora e usando algoritmos convencionais (Buenos Aires, 2004, p. 589, tradução nossa).

Este último exemplo também contempla o sexto ano, que aponta diversos recursos para comparar frações, com ideia de cálculo mental:

Figura 3: Comparação de frações


Por ejemplo:
5/6 es mayor que 3/4 porque a 5/6 le falta 1/6 para 1, y a 3/4 le falta 1/4, y 1/4 es mayor que 1/6;
2/7 es menor que 3/8 porque a 2/7 le falta más de 1/7 para llegar a 1/2, y a 3/8 le falta 1/8 para llegar a 1/2, y 1/8 es menor que 1/7.

Por exemplo:
5/6 é maior do que 3/4 porque 5/6 é 1/6 menor do que 1 e 3/4 é 1/6 e 1/4 é maior que 1/6;
2/7 é menor que 3/8 porque 2/7 é mais que 1/7 menor que 1/2, e a 3/8 é 1/8 a menos que 1/2, e 1/8 é menor que 1/7.

Fonte: Buenos Aires (2004, p. 582, tradução nossa)

Para além, no sexto ano, há exemplos de atividades com adições ou subtrações de números fracionários com cálculo mental. “Por exemplo,

$1+\frac{3}{4}=\frac{4}{4}+\frac{3}{4}=\frac{7}{4};\ \frac{2}{5}+\frac{3}{10}=\frac{4}{10}+\frac{3}{10}=\frac{7}{10}, etc."$ (Buenos Aires, 2004, p. 582, tradução nossa).

No sétimo ano não há a expressão "cálculo mental" de forma explícita, na parte dos conteúdos "Números e operações". No entanto, em todas as sugestões dadas, o cálculo mental está implícito, baseado nos conhecimentos adquiridos no quarto, quinto e sexto ano. Na parte das "Ordem das expressões decimais - representação na linha reta" (tradução nossa), o documento sugere resoluções de problemas ordenando expressões decimais sem o uso da calculadora e sem realizar operações algorítmicas. Vejamos:

Figura 4: Exemplo de estratégias de cálculo mental implícitas:

▸ Resolución de problemas que exijan ordenar expresiones decimales y fraccionarias.
Por ejemplo:
- Sin usar la calculadora, comparar:
9/20 y 0,451
729/170 y 0,729
729/17 y 7, 29
729/17 y 72, 9
5/12 y 0,5
- Colocar <, >, o = según corresponda, sin realizar la operación:
2/5 x 1/2 ....1/2
4 x 1/3 ....1/3
2,5 x 3/7 2,5

Resolver problemas que exijam ordenar expressões decimais e fracionárias.
Por exemplo:
- Sem usar uma calculadora, comparar:
9/20 e 0,451
729/170 e 0,729
729/17 e 7, 29
729/17 e 72, 9
5/12 e 0,5
- Insira <, > ou = conforme apropriado, sem executar a operação:
2/5 x 1/2 ....1/2
4 x 1/3 ....1/3
2,5 x 3/7 2,5

Fonte: Buenos Aires (2004, p. 586, tradução nossa)

Em nossos estudos, percebemos que o cálculo mental no ensino de números racionais está presente em todos os níveis de ensino básico nos documentos argentinos, elaborados pela parte do governo responsável pelo sistema de ensino básico da cidade de Buenos Aires, cuja diretora de currículo foi Cecília Parra, sendo também uma das coordenadoras da equipe de matemática. Comprovamos, por meio das análises realizadas nas diretrizes curriculares argentinas e no material produzido para os professores, a *expertise* de Cecília Parra, relacionada ao cálculo mental no ensino de números racionais, presente na elaboração de ambos os materiais.

3 O MATERIAL ARGENTINO E A *EXPERTISE* DE CECILIA PARRA

O material que vamos analisar é uma apostila que faz parte do projeto “Plan Plurianual para el Mejoramento de la Enseñanza 2004-2007”. Na apresentação do material, há explicação sobre os planos do governo:

> A Secretaria de Educação do Governo da Cidade de Buenos Aires pretende, no âmbito de sua política educacional, implementar uma série de ações para promover a melhoria do ensino no nível primário. Com esse objetivo, para o período 2004-2007, lançou o "Plano Plurianual para a Melhoria do Ensino no Segundo Ciclo do Nível Primário" nas escolas da Cidade de Buenos Aires. Entre as ações previstas, está o compromisso de fornecer recursos e materiais didáticos para professores e alunos (Buenos Aires, 2006, p. 7, tradução nossa).

Matemática – Cálculo mental con números racionales (Apuntes para la enseñanza) contou com a participação dos seguintes pesquisadores:

- Cecília Parra como diretora de Currículo,
- Susana Wolman como Coordenadora da área de Educação Primária,
- Adriana Casamajor como Colaboradora na área de Educação Primária,
- Patrícia Sadovsky como Coordenadora da área de Matemática.

Na Apresentação há também, informações sobre a coleção, que é composta por materiais nas áreas de Matemática e Linguagem. Em Matemática temos os seguintes títulos: *Matemática. Fracciones y números decimales; Apuntes para la enseñanza de 4º a 7º y Páginas para el alumno de 4º a 6º; Matemática. Cálculo mental con números naturales. Apuntes para la enseñanza; Matemática. Cálculo mental con números racionales. Apuntes para la enseñanza.*

Estes materiais são direcionados para os docentes, de modo que se apropriem dos comentários e sugestões e busquem um melhoramento no processo de ensino de Matemática. *Matemática – Cálculo mental con números racionales (Apuntes para la enseñanza)* é uma referência para professores do segundo ciclo, sendo que o material que faz referência aos números naturais se enquadra nos conteúdos de 4º e 5º *anos* e o material relativo aos números racionais está orientado ao 5º, 6º e 7º *anos*. O material apresenta uma introdução teórica sobre a concepção de cálculo mental, as diferentes relações entre o cálculo mental e o algoritmo, reflexões acerca da gestão da sala, sequencias de atividades para o ensino de cálculo mental e análise de alguns procedimentos frequentemente utilizados pelos alunos.

Na Introdução os autores indicam o que entendem por cálculo mental,

> (...) conjunto de procedimentos que, analisando os dados a tratar, se articulam sem recorrer a um algoritmo preestabelecido, para obter resultados exatos ou aproximados (...) se caracteriza pela presença de uma diversidade de técnicas que se adaptam aos números em jogo e aos conhecimentos (ou preferências) do sujeito que as utilizam (Buenos Aires, 2006, p. 11) (tradução nossa).

Em contrapartida, os autores consideram os cálculos algoritmizados como aqueles que consistem em uma série de regras aplicadas em uma ordem determinada, sempre do mesmo modo, independente dos dados, que garantem alcançar o resultado com base em um número finito de passos. Geralmente recorrem a uma única técnica para uma operação dada. Por exemplo, no cálculo de frações equivalentes por meio do algoritmo, costuma-se multiplicar ou dividir o numerador e o denominador por um mesmo número. Por outro lado, eles exemplificam que, com o uso de estratégias de cálculo mental, existem outras possibilidades que exigem a reflexão do aluno no trabalho com frações equivalentes.

> [...] outra possibilidade para estabelecer a equivalência é analisar a relação entre o numerador e o denominador de cada fração. Efetivamente, por exemplo, 8/12 é uma fração tal que o numerador “entra” uma vez e meia no denominador, qualquer outra fração que repete esta relação será uma escrita equivalente do mesmo número. Por tanto, como 12 também “entra” uma vez e meia no 18, resulta que 8/12 é equivalente a 12/18. Não se espera que os estudantes produzam somente esta relação, mas sim é interessante que o professor a sinalize como um modo de ampliar o horizonte de relações nas quais os estudantes não podem se apoiar. Como se pode ver, um procedimento ‘ilumina’ aspectos e relações que não são ‘visíveis’ se se utiliza outro (BUENOS AIRES, 2006, p. 23, tradução nossa).

O material traz diversos outros exemplos iniciais como possibilidades de trabalhar os números racionais por meio de conhecimentos de cálculo mental. Por exemplo: Quanto é $11 - 1{,}9$? Num primeiro momento sugere responder apelando ao algoritmo, “armando e efetuando”. Em seguida traz situações de resolução por meio de cálculo mental: (a) Calcular o complemento de 1,9 a 11 “chegando” primeiro a um número natural → 1,9 + 0,1 = 2 e 2+9 = 11, então se soma 0,1 + 9 = 9,1; (b) Retirar 2 de 11 para em seguida somar 0,1 → 11 – 2 = 9 e 9 + 0,1 = 9,1. Observamos que na primeira solução utiliza-se a ideia de completar de um número (menor) para chegar em um número (maior). É um conhecimento básico de que utiliza o cálculo mental na solução de operações. No segundo, aproxima-se o 1,9 da dezena mais próxima e compensa retirando o que foi somado a mais. É uma estratégia de cálculo mental, que para os números naturais é conhecida como Compensar.

Os autores reforçam a ideia de que, no cálculo algoritmizado, utiliza-se sempre a mesma técnica, qualquer que sejam os números, como vimos no “arme e efetue”. Em compensação, quando se propõe um trabalho com cálculo mental, não se espera uma única maneira possível de proceder.

> Os algoritmos convencionais constituem técnicas de cálculo valiosas devido à economia que proporcionam e pelo alívio que provocam pela automatização de certos mecanismos. A riqueza do trabalho com cálculo – mental e algorítmico – incluem o fato de que os alunos se veem confrontados a terem que decidir a estratégia mais

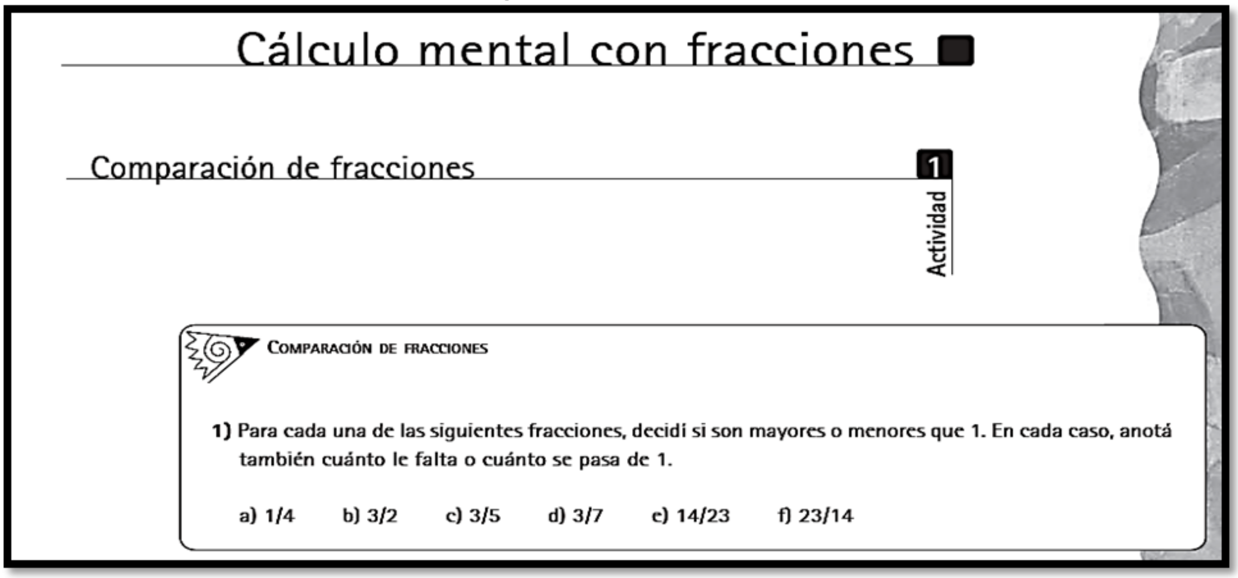
conveniente frente a cada situação em particular (Buenos Aires, 2006, p. 13, tradução nossa).

O material apresenta dois tópicos que envolvem o cálculo mental. Cálculo mental com frações e neste tópico traz cinco atividades: (1) Comparação de frações, (2) Frações: somas e subtrações, (3) Multiplicação e divisão de uma fração por um número natural, (4) Frações de uma coleção de objetos, (5) Frações decimais. Em seguida traz Cálculo mental com números decimais com 11 atividades: (1) Números decimais e frações decimais, (2) Relações de ordem nos números decimais, (3) Somas e subtrações: uma oportunidade para analisar escritas decimais, (4) Enquadrar e intercalar números decimais, (5) Os números decimais e a multiplicação e divisão por 10, 100 e 1000, (6) Multiplicar e dividir por 0,1; 0,01; 0,001, (7) Multiplicação de um número decimal por um número natural, (8) Multiplicação de números decimais entre si, (9) Algumas multiplicações particulares, (10) Estimativas e (11) Porcentagem.

Neste artigo vamos trazer as atividades que tratam de cálculo mental com frações no ensino de comparação de frações. Que tipo de atividades são propostas para que os alunos possam realizar essas comparações recorrendo a conhecimentos de cálculo mental e não necessariamente ao cálculo por algoritmo?

A seguir apresentamos atividades que trabalham a comparação de frações:

Figura 5[20]: Atividade 1


Cálculo mental con fracciones

Comparación de fracciones

Actividad 1

COMPARACIÓN DE FRACCIONES

1) Para cada una de las siguientes fracciones, decidí si son mayores o menores que 1. En cada caso, anotá también cuánto le falta o cuánto se pasa de 1.

a) 1/4 b) 3/2 c) 3/5 d) 3/7 e) 14/23 f) 23/14

Fonte: Buenos Aires (2006, p. 21)

[20] 1) Para cada uma das frações a seguir, decida se elas são maiores ou menores que 1. Em cada caso, escreva também o quanto elas são menores ou maiores que 1 (Buenos Aires, 2006, p. 21, tradução nossa).

Observa-se que na primeira atividade é proposto que o aluno decida se as frações são maiores ou menores do que 1. Em cada caso, anotar quanto falta para completar um e quanto passa de um. Em seguida explica-se a ideia da atividade:

> Se espera que os alunos possam retomar e apoiar-se na ideia básica que: n vezes 1/n equivale a 1. Busca-se que se considerem o inteiro expressado como uma fração conveniente que facilite o estabelecimento de relações. Por exemplo 3/3 equivale a 1; então 4/3 é igual a 1+1/3 (Buenos Aires, 2006, p. 21) (tradução nossa).

A consequência dessa análise, leva o estudante a estabelecer e recordar que uma fração é maior do que 1 quando o numerador é maior do que o denominador e menor do que 1, quando o numerador é menor do que o denominador. A atividade 2, traz somas ou subtrações de frações que resultam o inteiro, reforçando a ideia de analisar a relação entre o numerador e o denominador, expressa anteriormente.

Figura 6[21]: Atividade 2

COMPARACIÓN DE FRACCIONES

2) Completá las siguientes sumas y restas:

a) 1/2 + ... = 1   b) 3/5 + ... = 1   c) 5/6 + ... = 1
d) 2/7 + ... = 1   e) 7/4 – ...... = 1   f) 9/7 – ..... = 1

Fonte: Buenos Aires (2006, p. 21)

A atividade 3, traz um quadro onde é dado uma fração e pede-se quanto falta para chegar ao 1, 2 e 3.

Figura 7[22]: Atividade 3

3) Completá el siguiente cuadro:

¿Cuánto le falta a...?	Para llegar a 1	Para llegar a 2	Para llegar a 3
1/2			
1/3			
3/4			
2/5			
3/8			

Fonte: Buenos Aires (2006, p. 22)

O propósito desta atividade é estender a fração a outros inteiros a relação estabelecida entre a fração e a unidade. Assim, se a ½ falta ½ para chegar a 1, terá que agregar a este

[21] 2) Complete as adições e subtrações a seguir (Buenos Aires, 2006, p. 21, tradução nossa).
[22] 3) Complete a tabela a seguir: quanto está faltando para chegar a...? Para chegar a 1; para chegar a 2; para chegar a 3 (Buenos Aires, 2006, p. 22, tradução nossa).

resultado mais 2/2, o que é um inteiro para chegar a 2, e outros 2/2 para chegar a 3. O documento ressalta que este trabalho permite sintetizar duas faces de um mesmo aspecto que se está tratando: a relação entre a fração e o inteiro e a possibilidade de pensar em um inteiro expressado em termos dos denominadores de cada uma das frações dadas.

A atividade 4 pede que o estudante apresente uma fração equivalente para a fração dada. E a atividade 5 solicita que ele verifique quais frações são equivalentes entre si.

Figura 8[23]: Atividades 4 e 5.

COMPARACIÓN DE FRACCIONES

4) Para cada una de las siguientes fracciones, anotá otras escrituras equivalentes:

a) 1/5 b) 1/4 c) 1 1/2 d) 11/8 e) 5 + 2/3

5) ¿Cuáles de estas fracciones son equivalentes entre sí?

4/8 5/2 1/2 14/8 10/4 7/4 2 + 1/2 1 + 6/8

Fonte: Buenos Aires (2006, p. 22)

Nesta atividade é recomendado levar o estudante a perceber que, como 1/8 é uma fração tal que necessita 8 desta quantidade para ter um inteiro, para ter ½ fazem falta 4 de 1/8, ou seja 4/8. Por tanto, 4/8 e ½ são equivalentes, e desta forma 7/4 e 14/8 são equivalentes porque 1/8 é a metade de ¼, então ¼ equivale a 2/8, assim 7/4 equivale a 14/8, etc.

> Embora mobilizando estes raciocínios é mais custoso do que apelar somente aos mecanismos para obter frações equivalentes, cremos que permitem enriquecer o conjunto de relações que os alunos estabelecem entre as frações. Construir uma rede de relações os ajuda a "sustentar" o tema de uma maneira mais sólida (Buenos Aires, 2006, p. 23) (tradução nossa).

A atividade 6, ainda envolvendo comparação de frações, pede que os alunos indiquem frações equivalentes, sendo que em alguns momentos o numerador é conhecido e em outros é dado o denominador.

Figura 9[24]: Atividades 6 e 7

[23] 4) Para cada uma das frações a seguir, escreva maneiras de equivalência; 5) Quais dessas frações são equivalentes entre si? (Buenos Aires, 2006, p. 22, tradução nossa).

[24] 6) Complete as frações a seguir para torná-las equivalentes em cada caso; 7) Discutam juntos se as frações a seguir são equivalentes ou não: (Buenos Aires, 2006, p. 23, tradução nossa).

COMPARACIÓN DE FRACCIONES

6) Completá las siguientes fracciones para que resulten equivalentes en cada caso:

2/3 = …../6   3/4 = 21/…..   5/7 = 25/…..   3/18 = …../54

7) Discutan entre todos si las siguientes fracciones son equivalentes o no lo son:

a) 8/12 = 12/18

Fonte: Buenos Aires (2006, p. 23)

A ideia é propor um trabalho que complementa o recurso de multiplicar o numerador e o denominador por um mesmo número e, portanto, amplia a concepção de frações equivalentes. Com efeito, tal como estão escritas as frações, se somente se conhece a regra utilizada até o momento, pareceria que não é possível estabelecer a equivalência entre 8/12 e 12/18, porque não há nenhum número natural que, multiplicado por 12 resulta em 18 (nem nenhum número que multiplicado por 8 que resulte 12). Sem dúvidas, se simplificar a fração 8/12, se estabelece que equivale a 2/3, que por sua vez equivale a 12/18. Outra possibilidade é a ideia de verificar quantas vezes o 8 “cabe” dentro do 12 e da mesma forma quantas vezes o 12 “cabe” dentro do 18 e perceber que a relação é a mesma, uma vez e meia. O material indica outras frações para perceber estas relações: 6/4 = 15/10 e 12/4 = 45/15.

Na Figura 6 destacamos a Atividade 8, que traz um quadro de comparação de frações com a ideia de completar a fração com as possibilidades que lhe tornem menores do que 1 e maiores do que 1. Neste caso há mais que uma possibilidade de resposta.

Figura 10[25]: Atividade 8

COMPARACIÓN DE FRACCIONES

8) Analizá qué numeradores o denominadores podrían tener cada una de las siguientes fracciones para que sean menores que 1 y cuáles podrían tener para que sean mayores que 1. Anotá ejemplos en los casilleros correspondientes:

Fracción a completar	Fracciones menores de 1	Fracciones mayores de 1
7/....		
5/....		
..../3		
..../9		

Fonte: Buenos Aires (2006, p. 24)

Nesta atividade espera-se que seja utilizada uma regra já vista anteriormente em outras situações: se o denominador é menor que o numerador, a fração será maior que 1; se o denominador é maior que o numerador, a fração será menor do que 1. O aluno vai percebendo essas relações a partir das situações propostas no quadro da Figura 6.

Esta situação convida a refletir em cada caso sobre a quantidade de soluções possíveis, atentando para concluir que, quando se trata de completar o denominador, para formar uma fração maior que 1, há tantas possibilidades com números naturais inferiores ao numerador, porque quando o numerador é igual ao denominador, se forma 1 inteiro. Por exemplo: 7/....., pode ser completado por 1, 2, 3, 4, 5 e 6 para obter uma fração maior que 1.

Analogamente, pode-se analisar o que se sucede quando se trata de completar o numerador, há infinitas soluções para escrever frações maiores que 1 e uma quantidade finita – tantas como números menores que o denominador – para escrever uma fração menor do que 1. Por exemplo .../3, anotando números maiores que 3 no numerador, garante-se que a fração seja maior do que 3/3, para que seja menor que 1, é possível apenas as possibilidades 1 e 2.

A atividade 9 é proposta por um quadro em que são dadas algumas frações. O aluno deve posicioná-las no quadro de modo que cada fração correspondente esteja no intervalo correto: entre 0 e 1, entre 1 e 2 ou entre 2 e 3.

[25] 8) Analise quais numeradores ou denominadores de cada uma das frações a seguir podem ser menores que 1 e quais podem ser maiores que 1: (Buenos Aires, 2006, p. 24, tradução nossa).

Figura 11[26]: Atividade 9

COMPARACIÓN DE FRACCIONES

9) Los siguientes números se encuentran entre 0 y 3. Ubicalos en la columna que corresponda:
2/5 - 9/4 - 4/3 - 13/5 - 18/7 - 1 3/7 - 8/3 - 13/6 - 11/7 - 7/5 - 2 7/9

Entre 0 y 1	Entre 1 y 2	Entre 2 y 3

Fonte: Buenos Aires (2006, p. 25)

Os autores explicam que um recurso possível para localizar uma fração entre dois números naturais – este é o objetivo da tarefa acima – é ir “passando” pelos números inteiros usando frações com o mesmo denominador que a fração dada. Por exemplo: para localizar **13/6**: 6/6 é 1, 12/6 é 2 e 18/6 é 3; por tanto 13/6 é maior que 2, mas não chega a 3. Usando um recurso deste tipo, o docente poderia analisar que, finalmente, se trata de ver quantas vezes o 6 “entra” no 13.

Complementam ainda que isso é equivalente a estabelecer o quociente inteiro entre 13 e 6. O quociente inteiro dessa divisão (2) indica a quantidade de inteiros que podem se formar com 13/6 e o resto (1) corresponde a quantidade de sextos que “se passa” de 2. Resulta então que dividir é também uma estratégia possível para resolver este problema, mas, provavelmente isto somente seja visualizado pelos alunos a partir de uma análise realizada pelo docente e não como uma estratégia inicial.

A décima atividade conclui a ideia de comparação de frações, sendo que é dada uma fração e o aluno deve encontrar o número inteiro que vem antes e após esta fração. Quase como pensar em um antecessor e um sucessor, porém o número central é racional e os extremos devem ser dois números naturais.

[26] 9) Os números a seguir estão entre 0 e 3. Coloque-os na coluna apropriada (Buenos Aires, 2006, p. 25, tradução nossa).

Figura 12[27]: Atividade 10

COMPARACIÓN DE FRACCIONES

La tarea siguiente apunta a generalizar la posibilidad de ubicar una fracción entre dos enteros.

10) ¿Entre qué números enteros se encuentran cada una de las siguientes fracciones?:

... 8/2 ... ... 7/5 ... ... 11/4 ... ... 27/7 ... ... 36/5 ...

Fonte: Buenos Aires (2006, p. 25)

Para esta atividade alguns pensamentos podem ser acionados. No caso de 8/2, o aluno pode pensar que 8/2 é igual a 4 e automaticamente apresentar os números que vem antes e depois desta fração. No caso de 7/5, ele pode pensar que fração antecede: 6/5, que não é um número inteiro, então tem que pensar em 5/5, que é um número inteiro e oferecer esta resposta. Para o número que vem depois, pensa 8/5, 9/5, 10/5 e percebe que a resposta é o 10/5, que é igual a 2.

Ao findar este grupo de atividades os autores trazem algumas reflexões acerca da comparação de frações. Segundo eles, ter um único algoritmo de comparação que englobe todos os casos possíveis – reduzir as frações a um denominador comum e depois compará-los – é sem dúvida muito econômico. Porém a tarefa de comparar frações pode ser abordada por diversos recursos diferentes, o que traz um grande benefício didático, uma vez que, ao mobilizar diferentes estratégias, os estudantes estão estabelecendo relações enriquecedoras. Com base na ideia de enriquecer estas relações, os autores apresentam algumas estratégias de comparação de frações, que não são gerais, mas que podem ser úteis para ampliar as perspectivas dos alunos. Nestes casos, cabe ao professor comunicar nas aulas que, para alguns casos particulares, existem recursos alternativos que podem ser mais econômicos que o caso geral.

Quadro 2: Estratégias de comparação de frações

Às vezes é útil comparar com 1.	**É fácil comparar frações quando elas têm o mesmo numerador**.	**Ao comparar frações em que em ambas o numerador é um a menos que o denominador.**
Por exemplo: se temos que comparar 1/3 e 7/5 é mais fácil analisar que 1/3 é menor do que 1 e que 7/5 é maior, do que passar ao denominador 15 ambas as frações. Sugerem que o docente proponha uma séria de pares de frações em	Por exemplo: 1/5 é menor do que 1/4 porque para formar um inteiro com partes de 1/5, necessita-se de 5 partes e para formar um inteiro com partes de 1/4, necessita-se de 4. Por tanto, as partes de 1/5 são menores	É possível considerar quanto falta a cada fração para completar o todo. Por exemplo: para 8/9 e 3/4, pode-se pensar que em 8/9 está faltando 1/9 para o todo e em 3/4 está

[27] A tarefa a seguir tem como objetivo generalizar a possibilidade de localizar uma fração entre dois números inteiros. 10) Entre quais números inteiros estão cada uma das frações a seguir? (Buenos Aires, 2006, p. 25, tradução nossa).

que uma seja maior do que 1 e a outra menor do que 1, com a intenção de identificar esta estratégia e estabelecer os limites de seu alcance (p. 26)	e, como em ambos os casos uma foi tomada, então 1/5 é menor do que 1/4.	faltando 1/4. Como 3/4 é menor (porque 1/9 é menor que 1/4), 8/9 é maior.

Fonte: Buenos Aires (2006, p. 26)

Ao finalizar esta seção que envolveu comparação de frações, observamos que muitas atividades propostas podem ser realizadas por cálculo mental, afastando-se do cálculo algoritmizado, embasado em regras e macetes. Esta pode representar uma proposta que visa facilitar a compreensão no ensino de frações, tendo em vista que os estudantes apresentam grande dificuldade ao lidar com as frações.

As atividades propostas pelos autores vão delineando alguns saberes que compõem a matemática do ensino de frações. Partindo de trás para frente, analisando as atividades propostas iniciando pela décima, percebemos que os conhecimentos necessários para determinada atividade foram construídos e trabalhados de forma intencional, oferecendo requisitos para que o aluno pudesse resolver a atividade. Vejamos:

Quadro 3: Conhecimentos necessários na articulação de números racionais com cálculo mental

Na Atividade Comparar 3/4 com 8/9	Sugeriu-se utilizar o pensamento: “Quanto falta para completar o todo?”	Este conhecimento foi trabalhado nas Atividades 1, 2, e 3.
Na Atividade Comparar 1/5 e 1/4	Pensar: “1/5 necessita de 5 partes para o todo e ¼ necessita de 4 partes para o todo”.	Este conhecimento foi trabalhado nas atividades 1 e 2.
Na Atividade Comparar 1/3 e 7/5	Usar o pensamento: “1/3 é menor do que 1 enquanto 7/5 é maior do que 1”.	Este conhecimento foi trabalhado nas Atividades 1 e 2.
Na Atividade 10 Encontrar os inteiros que vêm antes e depois de uma fração dada	Para 11/4 Pensar nos inteiros como frações e ainda na ideia de quanto passou do inteiro 8/4, 9/4, 10/4, **11/4**, 12/4	Nesta atividade ele usará o conhecimento de passar pelos números inteiros usando fração, como foi proposto na Atividade 9.
Na Atividade 9 Localizar as frações entre os inteiros	4/3 está em qual intervalo? 0 e 1, 1 e 2 ou 2 e 3? Pensar nas frações que antecedem e sucedem <u>3/3</u> **4/3** 5/3 <u>6/3</u>	Vamos utilizar os conhecimentos trabalhados na Atividade 8, que solicitou que déssemos as possíveis frações que fossem maiores e menores do que o inteiro. Além disso preciso saber quanto passa do inteiro, e para isso vamos utilizar os conhecimentos trabalhados na Atividade 3.
Atividade 8 Completar as possibilidades para os numeradores e denominadores de modo que sejam maiores e menores do que o inteiro 7/...... ...../9	Naquelas que são menores que 1 é necessário colocar no denominador uma quantidade acima do numerador, pois o numerador igual ao denominador indica o inteiro. Naquelas que são maiores que 1, o numerador deve ser maior do que o denominador.	Esta atividade serve de base para outras e usa conhecimentos trabalhados nas atividades 1, 2 e 3.

Atividade 6 e 7 Equivalência de frações	Usar o pensamento Quantas vezes o numerador "cabe" no denominador. Trabalhar a relação entre o numerador e o denominador.	Usar os conhecimentos de comparação trabalhados nas atividades 4 e 5

Fonte: Elaborado pelas autoras

Pelo que vamos percebendo nesta construção, um conhecimento é construído a partir de outro que já foi sistematizado e compreendido. Estes abrem espaços para novas construções e novas compreensões.

Observamos que esta articulação entre o cálculo mental e o ensino de números racionais parece ser possível a partir de uma *expertise* dos autores envolvidos na elaboração do material. Segundo Morais (2019) o conceito de *expert* é aplicado a "[...] uma pessoa que adquire por experiência uma grande habilidade, competência" (p. 21) em determinado tema. Pelo exposto, o material contou com a participação de "sujeitos" detentores de um saber ou de um amplo conhecimento sobre cálculo mental. Dentre os sujeitos, destacamos Patrícia Sadovsky, que foi coordenadora da área de matemática, e Cecilia Parra, que foi a diretora de currículo no processo de elaboração dos materiais. Por que centramos nosso estudo buscando qualificar Parra como uma *expert*? Partimos de estudos que revelaram sua *expertise* em relação ao cálculo mental, iniciados na escrita do capítulo do livro já citado neste texto. Parra comenta que Sadovsky teve um papel importante neste processo.

> *Ela [...] coordenou a equipe de matemática que eu tinha que ir, uma vez, ela já fez muitas coisas com a Irma e comigo, que é a Patrícia Sadovsky, [...] também é autora de uma das investigações que estão no livro de Paidós, [...], uma figura muito importante que contribuiu e contribui muito hoje* (Parra, 2023, tradução nossa).

Segundo Parra (2023), o governo de Buenos Aires a convidou para participar na elaboração do documento, com objetivo bem fundamentado. "*E foi um plano que elaboramos junto com os supervisores, com os diretores, foi uma ação que apontava para que as escolas pudessem funcionar"* (Parra, 2023, tradução nossa).

Considerando que o convite teve o intuito de resolver uma demanda por parte do Estado, há indícios de que Parra pode ser considerada uma *expert*, pois é detentora de competências: "[...] por um saber-fazer (*le savoir-faire*) ou, melhor, por um saber-agir (*le savoir-agir*) que o distingue de outros sobre uma questão ou em um domínio dado" (Morais, 2019, p. 7-8).

Atentando para o conceito de *expertise* de Hofstetter et al (2017), percebemos essa relação com o que Parra nos narra, uma "[...] *expertise* solicitada pelas autoridades do ensino tendo em vista a necessidade de tomar decisões" (p. 57). Nesse sentido, os autores compreendem a *expertise* como uma instância, reconhecida como legítima, atribuída a um ou mais especialistas, que se destacam pelos seus conhecimentos sobre um determinado tema, atitudes e experiências, a fim de examinar uma situação, avaliar um fenômeno, constatar fatos e propor soluções. Esse conceito aproxima-se da situação em que Parra narra como se deu o processo de participação na elaboração do material estudado. Morais (2017) afirma que

> [...] os "*experts* em educação" são [...] sujeitos cujo posicionamento político se legitima por meio da produção de saberes em atendimento a uma demanda prática daquele que o reconhecer como tal, o Estado. Tais saberes elaborados levando-se em conta a *expertise* inicial, as experiências e saberes do *expert* ou grupo de *experts,* resultam em novos saberes em resposta à sua convocatória (p. 11).

A afirmação de Morais (2017) retrata o acontecimento no processo de elaboração do material estudado, indicando que Parra mobilizou seus conhecimentos, experiência e valores na elaboração do material, uma *expertise*, produto da sua vivência. Seu trabalho foi realizado em conjunto com outros autores que podem ser estudados em pesquisas futuras, considerando a *expertise* profissional de cada um.

Qual foi, então, a expertise mobilizada por Parra e pelos autores que pode responder nossa pergunta inicial? Retomando ao nosso questionamento: **Qual é a *expertise* profissional de Cecília Parra no ensino de cálculo mental com números racionais?** Em primeira resposta podemos afirmar que ela pode ser considerada uma *expert*, pois é detentora de uma *expertise* em relação ao ensino de cálculo mental. Pelo exposto no texto, ela apresenta conhecimentos de cálculo mental para o ensino de números naturais, algo comum e presente nos currículos. Mas, traz como diferencial conhecimentos que articulam o ensino de cálculo mental com números racionais, ou talvez, o ensino de números racionais por meio de estratégias de cálculo mental, indicando que os saberes *a* e *para* ensinar números racionais com cálculo mental se articulam, constituindo a matemática do ensino de cálculo mental. Mostra essa articulação por meio de atividades intencionais, explicando qual o objetivo e conhecimento envolvido em cada uma delas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este texto apresenta um estudo inicial que busca identificar a *expertise* de Cecilia Parra no contexto dos saberes profissionais no ensino de números racionais com cálculo mental. Trata-se de um estudo em perspectiva histórica que busca compreender como este saber foi se caracterizando a partir da *expertise* da autora, no momento em que esta foi convidada a atender uma demanda do Estado.

Em uma análise inicial no material organizado por Parra, é possível perceber uma aproximação com as diretrizes argentinas no processo de ensino de números racionais com cálculo mental.

Em termos de conhecimentos de cálculo mental, nota-se que o material analisado está permeado de estratégias de cálculo mental na compreensão de frações envolvendo a comparação e equivalência. A autora sugere situações de aprendizagem que se distanciam do algoritmo ou do cálculo mecânico (estruturado em regras e macetes) e apresenta atividades em que o estudante deve descobrir a resposta de forma significativa e que o leve a compreensão da fração por meio de estratégias de cálculo mental.

A *expertise* de Parra vai se consolidando uma vez que ela é convidada para resolver uma demanda do Estado, ou seja, resolver um problema prático relacionado ao ensino e aprendizagem de Matemática, especificamente envolvendo o cálculo mental no ensino de números naturais e racionais. Percebemos, pelos relatos da autora, comprovados nos documentos curriculares e no manual pedagógico argentino, que o problema que aqui é referido se trata, como já citado anteriormente, da falta de experiência dos docentes em sala de aula.

Isto nos levou ao que ela sinaliza sobre o envolvimento com a formação de professores, mas não abordado neste texto, e que será aprofundado no decorrer da pesquisa de mestrado em andamento.

Parra pode ser considerada uma *expert* ao ser convocada a atender uma demanda do estado. A relação do cálculo mental com números racionais está no âmbito da produção de saberes, característica dos *experts*. Esta relação mobiliza saberes estruturantes do cálculo mental para a resolução de situações envolvendo números racionais, confirmando a relevância da compreensão do processo em detrimento da memorização e da resolução de forma automática.

Referências

BERTICELLI, D. G. D. **Cálculo mental no ensino primário (1950-1970) – um olhar particular para o Paraná**. 2017. 157f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2017.

BERTICELLI, D. G. D.; ZANCAN, S. CalMe Pro — Cálculo mental para professores. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, *[S. l.]*, v. 12, n. 4, p. 1–21, 2021. DOI: 10.26843/rencima.v12n4a08. Disponível em:

https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2982 . Acesso em: 20 mar. 2023.

BERTICELLI, D. D. G., ZANCAN, S. **Conhecimentos e atividades para potencializar o cálculo mental**, In: Acta Scientiarum Education, 2023 (no prelo).

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática.** Primeiro e segundo ciclo. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/pnld/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12640-parametros-curriculares-nacionais-1o-a-4o-series. Acesso em 19 de junho, 2023.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/expansao-da-rede-federal/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12657-parametros-curriculares-nacionais-5o-a-8o-series. Acesso em 19 de junho, 2023.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino.** São Paulo: Ática, 2008.

BUENOS AIRES. Ministério da Educação de la Ciudad de Buenos Aires. Direción de Curricula y Enseñanza. **Matemática: cálculo mental con números racionales.** 1 ed. Buenos Aires, 2006.

BUENOS AIRES. Ministério da Educação de la Ciudad de Buenos Aires. Direción de Curricula y Enseñanza. **Matemática: cálculo mental con números racionales.** 2 ed. Buenos Aires, 2010.

BUENOS AIRES. **Diseño Curricular para la Escuela Primaria.** Primer ciclo. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2004.

BUENOS AIRES. **Diseño Curricular para la Escuela Primaria.** Segundo ciclo. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2004.

BURKE, P. **O que é história do conhecimento?** Tradução Cláudia Freire (1 ed.). São Paulo: Editora UNESP, 2016.

CHARTIER, R. **Os desafios da escrita.** Trad: MORETTO, F. M. L. São Paulo, UNESP, 2002.

CHARTIER, R. **Defesa e ilustração da noção de representação.** In: Fronteiras, v. 13, n. 24, 17 dez. 2011.

CONCEIÇÃO, A. R. C. **O cálculo mental para ensinar: uma análise de produções de Maria do Carmo Santos Domite, 1980-1995**. 2021. 98 f. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2021.

FRANA, A. P. **O Cálculo mental da adição e subtração na obra lógica do cálculo 2: fundamentos e estratégias**. 2023. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas, Universidade Federal do Paraná, setor Palotina, 2023.

FONTES, C. G. O **valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Faculdade de Educação – USP, São Paulo, 2010.

GOMES, M. L.. **O Cálculo mental na História da Matemática escolar brasileira**. IN: IX Enem – Encontro Nacional de Educação Matemática 2007. Disponível em www.sbembrasil.org.br. Acesso em 21 de jun. 2023.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B.; FREYMOND, M. de. **"Penetrar na verdade da escola para ter elementos concretos de sua avaliação" – A irresistível institucionalização do *expert* em educação (século XIX e XX)**. In: HOFSTETTER, R. VALENTE, W. R (org.). Saberes em (trans) formação: tema central a formação de professores. 1. ed. São Paulo: Editora da Física, 2017. p. 55-112.

HOFSTETTER, R. VALENTE, W. R. (org.). **Saberes em (trans) formação: tema central a formação de professores.** 1. ed. São Paulo: Editora da Física, 2017.

JULIA, D. **A cultura escolar como objeto histórico.** In: Revista Brasileira de História da Educação. Campinas: Editora Autores Associados, nº 1, Janeiro/Junho, 2001. p. 9-43.

Berticelli, D. G. D. & Salla, J. M. (2021) Cálculo mental na formação continuada: relato de experiência do curso CalMe Pro. In: LISBÔA, E. S.; MARCOLINO, A. da S. (Org.). E-Book: Desafios formativos no contexto atual. IV Simpósio de Licenciatura em Ciências Exatas e Computação, Palotina-PR: UFPR-Setor Palotina. Disponível em: http://slec.ufpr.br/downloads/IV-SLEC-Ebook.pdf. Acesso em abril de 2024.

ORAIS, R. dos S. **Experts em educação e a produção de saberes no campo pedagógico**. **REMATEC**, *[S. l.]*, v. 12, n. 26, 2017. Disponível em: https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/234. Acesso em: 15 jun. 2023.

MORAIS, R. dos S. **'Intellectual? No,' expert.** REVISTA ACTA SCIENTIAE, v. 21, p. 3-12, 2019. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/5169/pdf . Acesso em: 20 de junho, 2023.

MORAIS, R. dos S.; VALENTE, W. R. **Os Experts e o saber Profissional do Professor que Ensina Matemática.** CIÊNCIA & EDUCAÇÃO, v. 26, 2020. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ciedu/a/PGtgDXQBsQk88TVyVmGGPqh/?lang=pt Acesso em: 20 de junho, 2023.

NOVAES, B. W. D. **O movimento da matemática moderna em escolas técnicas industriais do Brasil e de Portugal: impactos na cultura escolar.** 2012. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2012. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/189998 Acesso em 20 de junho, 2023.

PAIS, L. C..; FREITAS. J. L. M. **Aspectos Históricos do Ensino do Cálculo Mental na Instrução Primária Brasileira (1848-1910)**. In: Acta Scientiae. V. 17, p. 113-133, Canoas. 2015.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. *In*: PARRA, C., SAIZ, S. (orgs) **Didática da Matemática: reflexões Psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artmed, 1996.

PARRA, C. **Diálogo com Cecília Parra**. Entrevista cedida a Danilene Gullich Donin Berticelli e Ruth Edite Cosme. Google Meet, maio/2023.

THOMPSON, I. (1999a). Mental calculation strategies for addition and subtraction. *Mathematics in School*, London, v. 28, n. 5, p. 3.

THOMPSON I. **Issues in teaching numeracy in primary schools.** Second edition. Open University Press, New York, USA, 2010.

THRELFALL**,** J. **Educational Studies in Mathematics**. Volume 50, páginas 29–47 (2002).

THRELFALL, J. Strategies and Flexibility in Mental Calculation. **ZDM - The International Journal on Mathematics Education**, Berlin, v. 41, n. 5, p. 541-555, 2009.

VALENTE, W. R. **História da formação do professor que ensina matemática: etapas de constituição da matemática para ensinar.** Boletim Online de Educação Matemática, v. 10, p. 10-24, 2022. Disponível em: https://doi.org/10.5965/2357724X10192022010 . Acesso em: 20 de junho, 2023.

VERGNAUD, G. **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos.** Revista do GEMPA, Porto Alegre, Nº 4, 1996.

VERGNAUD, G. **A Criança, a Matemática e a Realidade: Problemas do Ensino da Matemática na Escolar Elementar.** Tradução de Maria Lucia Faria Moro; Revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. **Qu'est-ce qu'apprendre.** In: COLLOQUE IUFM DU POLE NORD-EST DES IUFM. Les effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages des eleves. Anais, Besançon, 2007.

ZANCAN, S. **Método Líquen: uma proposta para auxiliar o ensino de aritmética nos anos iniciais**. 2017. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.